

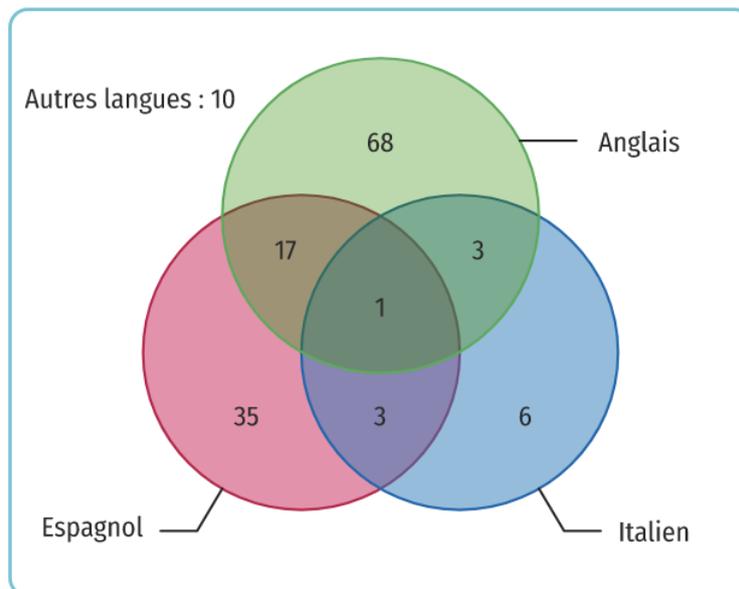
Fiche 3

Dénombrement et combinatoire

Exercice 1: Un club de sport a 120 adhérents. Il y a 72 adhérents qui pratiquent du football, 38 adhérents pratiquent du tennis et 25 ne pratiquent aucun de ces deux sports.

1. Combien d'adhérents pratiquent les deux sports ?
2. Combien d'adhérents ne pratiquent que du football ?
3. Combien d'adhérents ne pratiquent que du tennis ?

Exercice 2: On a demandé à des personnes les langues étrangères qu'elles maîtrisaient parmi l'anglais, l'espagnol et l'italien. Les résultats de ce sondage sont consignés dans le diagramme de Venn suivant.



On note respectivement A , E et I les ensembles de personnes parlant anglais, espagnol et italien.

1. Combien de personnes ont été interrogées ?
2. Déterminer les cardinaux des ensembles A , E et I .
3. Déterminer les cardinaux des ensembles $A \cup I$, $A \cap E$ et $I \cap E$.
4. Combien de personnes parlent au moins deux langues étrangères parmi les trois langues considérées ?

Exercice 3: Dans son armoire, un élève dispose de 5 t-shirts, 7 chemises, 3 jeans et 4 pantalons de survêtement.

1. Le lundi, il doit être en chemise et jean. Combien de façon a-t-il de s'habiller ?
2. Le mercredi, il décide de mettre un t-shirts et un pantalon de survêtement. Combien de façon a-t-il de s'habiller ?
3. Le vendredi, il met ce qu'il veut. Combien de façon a-t-il de s'habiller ?

Exercice 4: Soient A et B deux ensembles finis et disjoints. On sait que $\text{Card}(A \cup B) = 23$ et $\text{Card}(A \times B) = 132$.

Déterminer $\text{Card}(A)$ et $\text{Card}(B)$ sachant que $\text{Card}(A) < \text{Card}(B)$.

Exercice 5: On considère deux ensembles A et B de cardinaux respectifs n et p . On souhaite montrer que : $\text{Card}(A \times B) = np$.

1. Cette formule est-elle vraie si A ou B est vide ?
2. On note a_1, \dots, a_n les éléments de A et b_1, \dots, b_p les éléments de B . De plus, pour un entier naturel i inférieur ou égal à p , on note A_i l'ensemble $A \times \{b_i\}$.
 - (a) Décrire les éléments de l'ensemble A_i . Combien y en a-t-il ?
 - (b) Les ensembles A_i sont-ils disjoints ? Justifier.
 - (c) Que vaut l'union de tous les A_i pour i variant de 1 à p ?
 - (d) Conclure.

Exercice 6 :

1. Pour préparer son devoir sur les fonctions affines, un élève se rend compte que son professeur choisit toujours un coefficient directeur entier non nul entre -5 et 5 , et une ordonnée à l'origine entière entre -8 et 10 .
Déterminer le nombre de fonctions possibles.
2. Pour préparer son devoir sur les fonctions du second, de la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$, un élève se rend compte que son professeur choisit toujours les coefficients entiers avec $a \in [-4, 4]$ non nul, $b \in [-12, 12]$ et $c \in [0, 15]$.
Déterminer le nombre de fonctions possibles.
3. Le devoir comporte un exercice avec une fonction affine, et un exercice avec les fonctions du second. Combien de devoirs peut-on obtenir ?