DS 3

Devoir sur table

Exercice 1 : (8 points)

On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{3u_n}{2u_n + 3} \end{cases}$.

1. Calculer les 5 premiers termes de la suite.
2. Démontrer par récurrence que l'on a, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n > 0$$

3. On suppose que la suite ne s'annule jamais. On pose (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

$$v_n = \frac{1}{u_n}$$

   a Calculer les 5 premiers termes de la suite (v_n).

   b Montrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique de raison $R = \dfrac{2}{3}$.

4. Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_n = \frac{3}{2n+3}$$

Exercice 2 : (4 points)

Déterminer la limite des suites dont on donne le terme général :

(a) $u_n = -3n^2 + 7$

(b) $u_n = (5n+3)(2n^2-4)$

(c) $u_n = \dfrac{5n+1}{3 + \dfrac{2}{n}}$

(d) $u_n = 8 + \dfrac{1}{\sqrt{n}} - \dfrac{5}{n^2}$

Exercice 3 : (4 points)

Déterminer la limite des suites dont on donne le terme général :

(a) $u_n = 2n^3 - 5n^2 + 1$

(b) $u_n = \dfrac{5n-7}{3n^2-4}$

Exercice 4 : (4 points)

Déterminer la limite des suites dont on donne le terme général :

(a) $u_n = 3^{n+2} - 2^n$

(b) $u_n = \dfrac{3 - 5^n}{2 \times 5^{n-1} + 1}$