DS 2

Devoir sur table

Exercice 1 : (7 points)

On définie les points $A(1,4,1)$, $B\left(\frac{1}{2},-1,-1\right)$ et $C(1,1,0)$.

On considère la droite Δ dont on donne une représentation paramétrique :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & = & 1+3t \\ y & = & 1 \\ z & = & 2t \end{array}\right. \quad , t \in \mathbb{R}$$

1. Justifier que le point A n'appartient pas à la droite Δ .

2. Justifier que le point C appartient à la droite Δ .

3. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB).

4. Montrer que les droites (AB) et Δ sont sécantes, et déterminer les coordonnées du point D, intersection des deux droites.

Exercice 2 : (8 points)

On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $\left\{\begin{array}{l} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3(n-1) \end{array}\right.$.

1. Calculer les 5 premiers termes de la suite (u_n).
2. On pose (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

$$v_n = u_n + 3n.$$

   a Calculer les 5 premiers termes de la suite (v_n).

   b Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 2$.

3. En déduire l'expression de v_n en fonction de n.
4. En déduire que l'on a la relation :

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 2^n - 3n$$

5. Démontrer la précédente égalité par récurrence, soit :

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 2^n - 3n$$

Exercice 3 : (5 points)

Montrer par récurrence l'égalité suivante :

$$\forall n \in \mathbb{N} : \qquad \sum_{k=0}^{n}(2k+1) = (n+1)^2$$