

Fiche 6 -C-
Polynômes

Exercice 1: Déterminer la forme polynômiale, ainsi que le degré des polynômes suivants :

1. $f_1(x) = x(x^2 + 3) - 5(x + 1)(2x + 3)$

3. $f_3(x) = (x^2 - 4)(x^2 + 4)$

2. $f_2(x) = (x - 3)(x + 3) - (x + 3)^2$

4. $f_4(x) = (x - 4)(3x - 4) - (5x + 6)(2x + 3)$

Exercice 2: On considère le polynôme suivant :

$$f : x \mapsto (x + 2)(x - 2) + x(6x^2 + 4x - 7)$$

1. Montrer que, pour tout x réel, on a :

$$f(x) = 6x^3 + 5x^2 - 7x - 4$$

2. Montrer que, pour tout x réel, on a :

$$f(x) = (2x + 1)(x - 1)(3x + 4)$$

3. Déterminer les images par de 0, 1 et 2.

4. Déterminer les racines de f .

5. Résoudre l'équation $f(x) > 0$.

Exercice 3: On considère le polynôme suivant :

$$f : x \mapsto (x - 3)^2 + (x + 1)^3$$

1. Montrer que, pour tout x réel, on a :

$$f(x) = x^3 + 4x^2 - 3x + 10$$

2. Montrer que, pour tout x réel, on a :

$$f(x) = (x + 5)(x^2 - x + 2)$$

3. Déterminer le tableau de variation du polynôme $p(x) = x^2 - x + 2$.

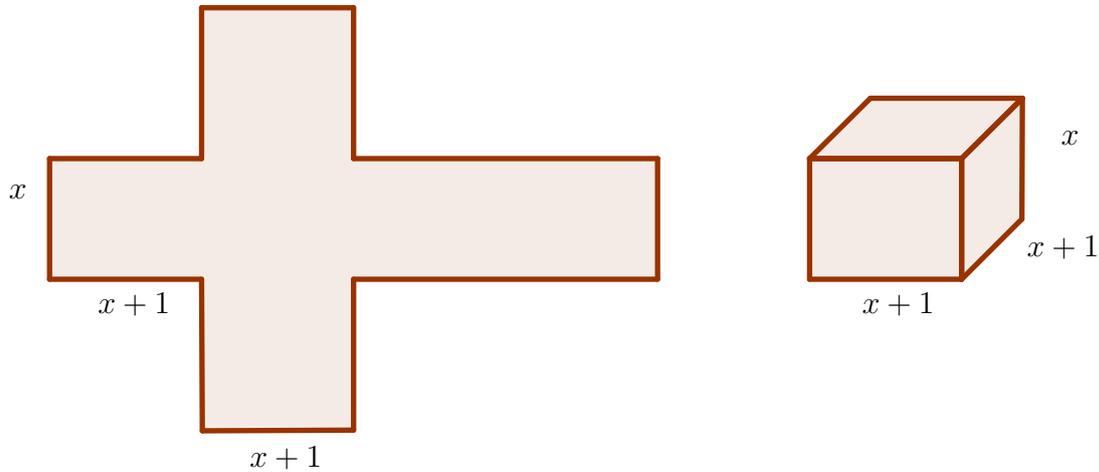
4. En déduire le tableau de signe de la fonction p , puis celui de la fonction f .

5. Déterminer les racines de f .

6. Résoudre l'équation $f(x) \leq 0$.

Exercice 4 : Pour x un réel positif.

On considère un parallélépipède rectangle de largeur $x + 1$, de profondeur $x + 1$ et de hauteur x .



On cherche la valeur de x pour que le volume du parallélépipède corresponde à la surface totale des faces du parallélépipède.

1. Montrer que le volume du parallélépipède est :

$$V(x) = x^3 + 2x^2 + x$$

2. Montrer que la surface du parallélépipède est :

$$S(x) = 6x^2 + 8x + 2$$

3. Montrer que, pour tout x réelle :

$$V(x) - S(x) = (x^2 - 5x - 2)(x + 1)$$

4. On pose $p(x) = x^2 - 5x - 2$. Étudier les variations de la fonction p . En déduire qu'il existe un unique réel positif α tel que $p(\alpha) = 0$.
5. Utiliser la calculatrice pour donner une valeur approchée à 10^{-2} de la valeur de α .
6. En déduire une valeur approchée de la solution du problème.