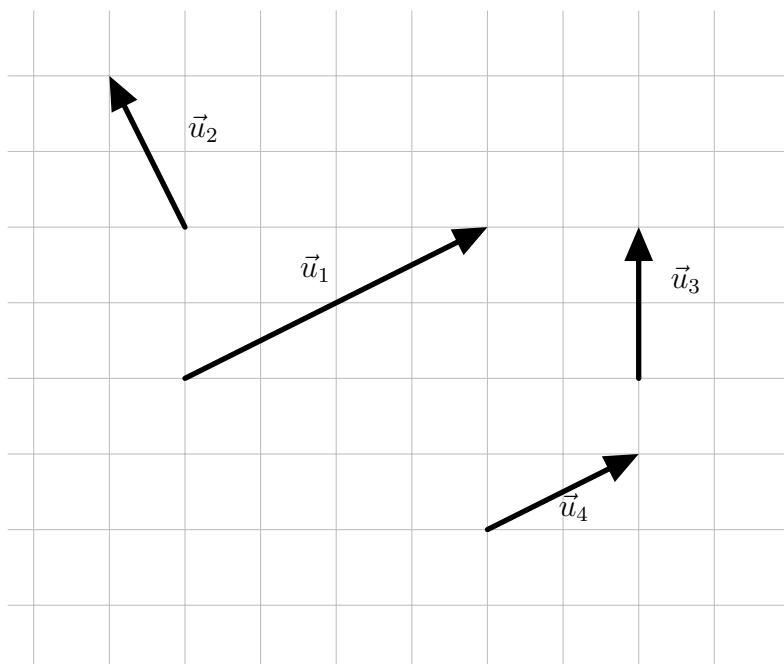


Fiche 4-A

Vecteurs et produit scalaire

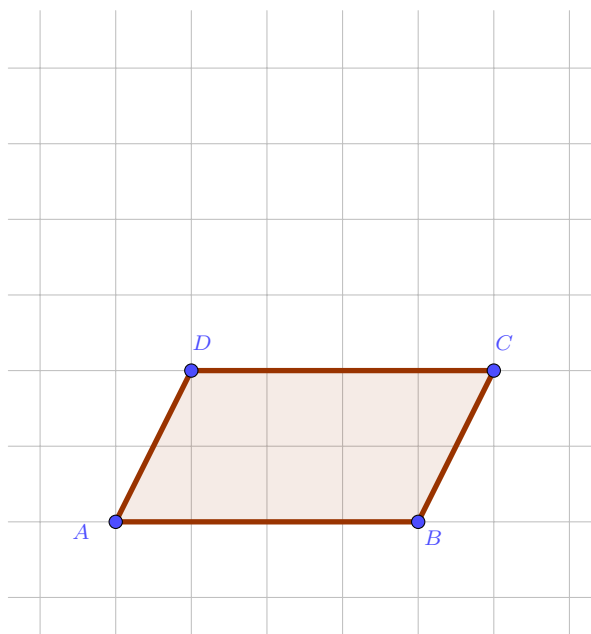
Exercice 1 : On considère 4 vecteurs $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$, $\vec{u}_3$ et $\vec{u}_4$.



Tracer les vecteurs suivants :

- | | |
|---|--|
| (a) $\vec{v}_1 = \vec{u}_1 + \vec{u}_2$ | (c) $\vec{v}_3 = \vec{u}_1 - 2\vec{u}_4$
(d) $\vec{v}_4 = \frac{1}{2}\vec{u}_1 - \frac{5}{2}\vec{u}_3 + 2\vec{u}_2$ |
| (b) $\vec{v}_2 = 3\vec{u}_3 - 2\vec{u}_2$ | |

Exercice 2 : Soit ABCD est un parallélogramme.

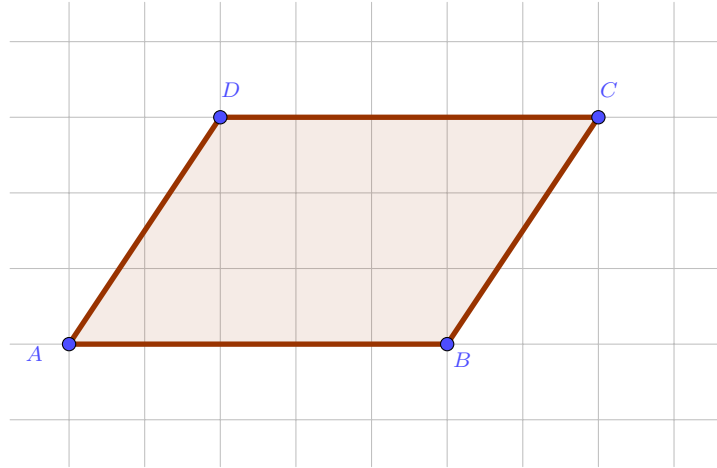


1. Construire les point M et N définis par :

$$\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AD} \text{ et } \overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

2. Exprimer $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{CN}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.
3. Démontrer que C , M et N sont alignés.

Exercice 3: Soit ABCD est un parallélogramme.



1. Construire les point I , J , K et L définis par :

$$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{BJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} ; \overrightarrow{CK} = \frac{1}{5}\overrightarrow{CD} ; \overrightarrow{DL} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$$

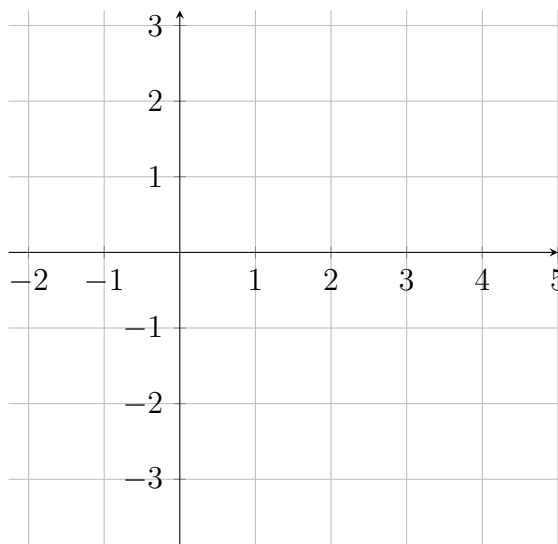
2. Montrer que l'on a :

$$\overrightarrow{IJ} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$$

3. Montrer que l'on a la même égalité avec le vecteur $\overrightarrow{LK}$.
4. En déduire la nature du quadrilatère $IJKL$.

Exercice 4: On considère les points $A(4;3)$, $B(1;-3)$ et $C\left(-\frac{3}{2};2\right)$

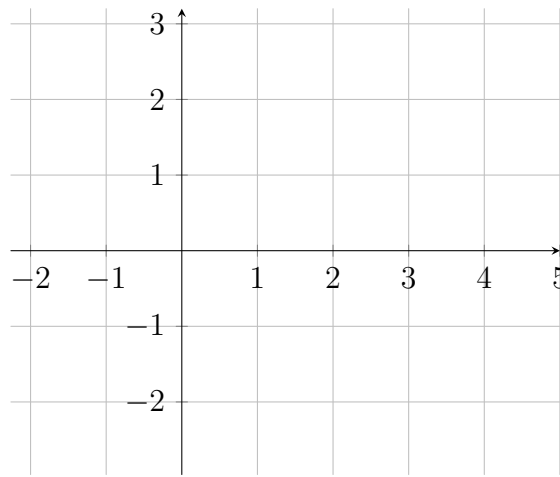
1. Placer les points dans une figure.



2. Donner les valeurs exactes des distances AC et BC . En déduire la nature du triangle ABC .
3. Donner les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CA}$.
4. Donner les coordonnées du point I milieu de $[AB]$.
5. Montrer que I est le milieu de $[CD]$.

Exercice 5 : On considère les points $A(3; 1)$, $B(1; 2)$ et $C(-2; 1)$

1. Placer les points dans une figure.



2. Représenter le vecteur $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
3. Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AM}$.
4. En déduire les coordonnées du point M .

Exercice 6 : Soit ABC un triangle. On définit les points P , Q et R par :

$$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} \quad , \quad \overrightarrow{CQ} = \overrightarrow{AB} \quad , \quad \overrightarrow{CR} = \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

1. Décomposition vectorielle :
 - (a) Exprimer les $\overrightarrow{PQ}$ et $\overrightarrow{PR}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
 - (b) Montrer que les points P , Q et R sont alignés.
2. Dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$:
 - (a) Déterminer les coordonnées des six points.
 - (b) Montrer que les points P , Q et R sont alignés.

Exercice 7 : On considère les points $A(-3; -1)$, $B(2; 1)$.

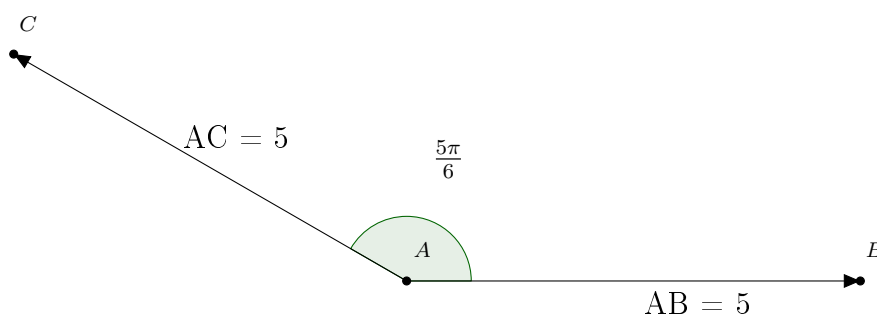
1. Calculer les coordonnées de I milieu de $[AB]$.
2. Soit $C\left(-5; -\frac{9}{5}\right)$. Montrer que les points A , B et C sont alignés.
3. En déduire que les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AI}$ sont colinéaires et calculer le coefficient de colinéarité.

Exercice 8 : On considère un nombre réel α . Déterminer la valeur de α pour que les vecteurs soient colinéaires :

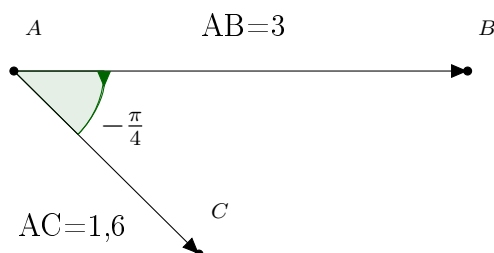
1. Pour $\vec{u}\begin{pmatrix} \alpha \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 2\alpha + 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.
2. Pour $\vec{u}\begin{pmatrix} 3\alpha \\ 2\alpha - 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 4 + 3\alpha \\ 2\alpha - 7 \end{pmatrix}$.

Exercice 9 :

1. Déterminer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ dans le cas suivant :



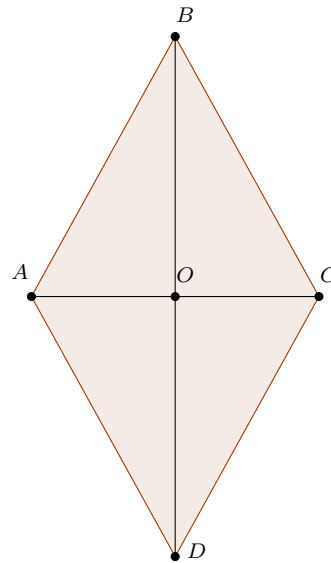
2. Déterminer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ dans le cas suivant :



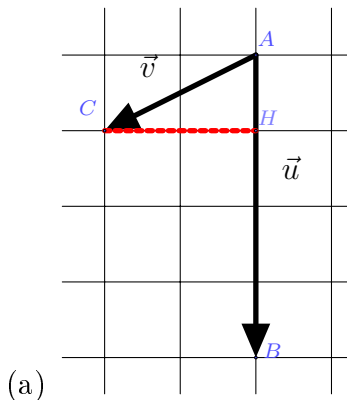
Exercice 10 :

On considère le losange $ABCD$ de centre O , tel que $AC = AB = 4$.
Déterminer les produits scalaires suivants :

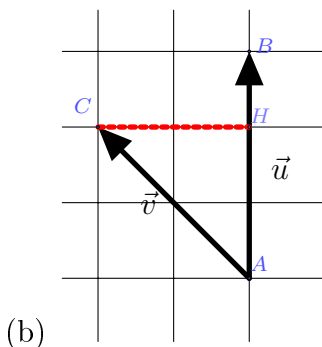
1. $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$
2. $\vec{AC} \cdot \vec{OB}$
3. $\vec{OA} \cdot \vec{OC}$
4. $\vec{CD} \cdot \vec{AB}$
5. $\vec{AC} \cdot \vec{AO}$



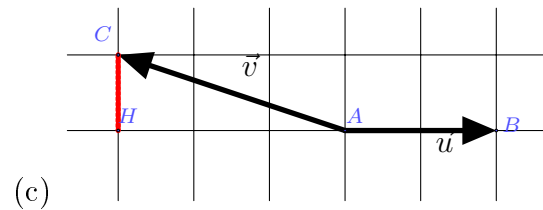
Exercice 11 : Déterminer dans les différents cas le produit scalaire des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ (l'unité étant le carreau) :



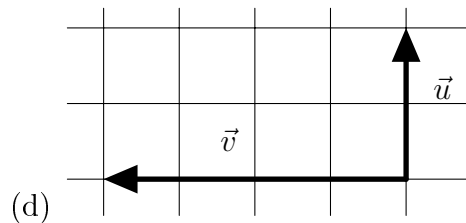
(a)



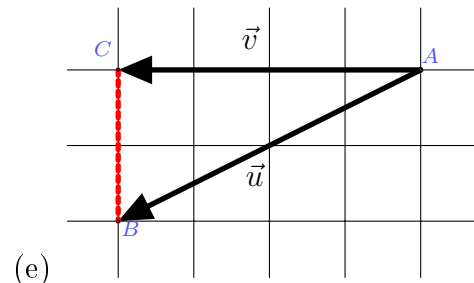
(b)



(c)



(d)



(e)

Exercice 12 : On considère les points $A(2, 2)$, $B(-2, 1)$ et $C\left(-\frac{5}{2}, 3\right)$.

Déterminer la valeur des produits scalaires : $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$, $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$ et $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$.
Quel est la nature du rectangle ABC ?

Exercice 13 : Dans chacun des cas suivants, le triangle ABC est-il rectangle :

- (a) $A(2, 3)$, $B(-2, 1)$, $C(4, -1)$.
- (b) $A(3, 3)$, $B(5, -3)$, $C(1, 1)$.
- (c) $A(4, -2)$, $B(1, 3)$, $C(1, -4)$.

Exercice 14 : Dans chacun des cas suivants, les droites (AB) et (AC) sont-elles perpendiculaires :

- (a) $A(-2, -1)$, $B(1, 2)$, $C(-4, 1)$.
- (b) $A(4, 2)$, $B(-1, -1)$, $C(6, -1)$.
- (c) $A(1, -3)$, $B(5, -2)$, $C(0, 1)$.

Exercice 15 : On considère un nombre a réel.

Déterminer la valeur de a pour que les vecteurs soient orthogonaux :

- (a) $\vec{u} \begin{pmatrix} a+3 \\ -2a \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 2a+1 \\ a+5 \end{pmatrix}$
- (b) $\vec{u} \begin{pmatrix} 3a-2 \\ 2a-1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 10a \\ 4-15a \end{pmatrix}$

Exercice 16 : On considère les points $A(-2, -3)$, $B(-1, 1)$, et $C(1, -8)$.

1. Déterminer les normes suivantes : $\|\vec{AB}\|$ et $\|\vec{AC}\|$.
2. Déterminer le produit scalaire des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$
3. En déduire une mesure de l'angle $(\vec{AB}, \vec{AC})$.

Exercice 17 : On considère les points $A(9, 1)$, $B(-1, 2)$, et $C(5, -3)$.

1. Déterminer les normes suivantes : $\|\vec{AB}\|$ et $\|\vec{AC}\|$.
2. Déterminer le produit scalaire des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$
3. En déduire, à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée d'une mesure de l'angle $(\vec{AB}, \vec{AC})$.

Exercice 18 : On considère les points $A(3, 1)$, $B(-1, 3)$ et $C(2, 2)$.

1. Montrer que les droite (OA) et (OB) sont perpendiculaire.
2. Déterminer les angles géométrique $(\widehat{AOC})$ et $(\widehat{COB})$.
3. On se place dans le repère $(O; \vec{OA}, \vec{OB})$. Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{OC}$ dans ce nouveau repère.