

## Fiche 12

## Complexes et géométrie

Exercice 1 :

- Placer dans le plan complexe les points  $A, B, C$  et  $D$  d'affixes  $z_A = -3i, z_B = 2, z_C = \frac{1}{2} - i$  et  $z_D = -2 + \frac{3}{2}i$ .
- Représenter les vecteurs  $\vec{u}, \vec{v}$  et  $\vec{w}$  d'affixes  $z_{\vec{u}} = 2, z_{\vec{v}} = -1 + 2i$ , et  $z_{\vec{w}} = 3 + 3i$ .

Exercice 2 :

On considère les points  $A, B$  et  $C$  d'affixes  $z_A = 1 + 3i, z_B = -2 + i$  et  $z_C = 3 - 2i$ .

- Placer les points dans un plan munit d'un repère orthonormé.
- Déterminer l'affixe du point  $I$  milieu de  $[AC]$ .
- Déterminer l'affixe du point  $D$  tel que le quadrilatère  $ABCD$  soit un parallélogramme.

Exercice 3 :

On considère les points  $A, B, C$  et  $D$  d'affixes  $z_A = -3 + i, z_B = 1 + 5i, z_C = 4 - i$  et  $z_D = 4i$ .

- Placer les points dans un plan munit d'un repère orthonormé.
- Déterminer l'affixe du point  $E$  tel que l'on a :

$$\overrightarrow{DE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$$

- Montrer que les points  $A, C$  et  $E$  sont alignés.

Exercice 4 :

On considère les points  $A, B, C$  et  $D$  d'affixes  $z_A = -4, z_B = -2 + 2i\sqrt{3}, z_C = 2\sqrt{2} - 2i\sqrt{2}$  et  $z_D = 4i$ .

- Déterminer les modules des complexes  $z_A, z_B, z_C$  et  $z_D$ .
- En déduire que les points sont cocycliques.

Exercice 5 :

Calculer les modules des complexes suivants :

$$\bullet z_1 = 4 - 4i$$

$$\bullet z_2 = (4 - 4i)^3$$

$$\bullet z_3 = \frac{-5}{4 + 4i}$$

$$\bullet z_4 = \frac{(-4 + 4i)^2}{5i}$$

Exercice 6 :

Déterminer un argument des complexes suivants :

<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>z_1 = 2\sqrt{3} - 2i</math></li> <li>• <math>z_2 = -5 + 5i</math></li> <li>• <math>z_3 = 1 + i\sqrt{3}</math></li> <li>• <math>z_4 = -5i</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>z_5 = -4\sqrt{3} - 4i</math></li> <li>• <math>z_6 = -3</math></li> <li>• <math>z_7 = 3 + i\sqrt{3}</math></li> <li>• <math>z_8 = 2i</math></li> </ul>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Exercice 7 :

On considère le complexe  $z_0$  de module 1 et d'argument  $\frac{\pi}{5}$ . Déterminer le module et un argument des complexes suivants :

<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>z_1 = \frac{1}{z_0}</math></li> <li>• <math>z_2 = \overline{z_0}</math></li> <li>• <math>z_3 = iz_0</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>z_4 = -7z_0</math></li> <li>• <math>z_5 = z_0^5</math></li> <li>• <math>z_6 = \frac{-5}{z_0^2}</math></li> </ul>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Exercice 8 :

1. Mettre les nombres complexes suivants sous forme trigonométrique :

<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>z_1 = \sqrt{6} + 3i\sqrt{2}</math></li> <li>• <math>z_2 = \frac{7}{2}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>z_3 = 3 - 3i</math></li> <li>• <math>z_4 = -2 - 2i\sqrt{3}</math></li> </ul>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

2. Mettre les nombres complexes suivants sous forme algébrique :

<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>z_1</math> complexe de module 2 et d'argument <math>\frac{3\pi}{4}</math></li> <li>• <math>z_2</math> complexe de module 3 et d'argument <math>-\frac{\pi}{6}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>z_3</math> complexe de module 5 et d'argument <math>\pi</math></li> <li>• <math>z_4</math> complexe de module 3 et d'argument <math>-\frac{\pi}{2}</math></li> </ul>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Exercice 9 :

On souhaite trouver les valeurs exactes de  $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$  et  $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ .

Pour cela, on considère les complexes suivants :

$$z_1 = 1 + i\sqrt{3} \quad , \quad z_2 = 1 + i \quad , \quad Z = \frac{z_1}{z_2}$$

1. Déterminer le module et un argument de  $z_1$  et  $z_2$ .
2. Donner la forme algébrique de  $Z$ .
3. En déduire les valeurs cherchées.