

Chapitre 5

Statistique

Table des matières

1	Proportion	2
1.1	Définition	2
1.2	Proportion d'une proportion	3
1.3	Intersection et réunion	4
2	Tableau croisé	5
2.1	Tableau croisé des effectifs	5
2.2	Tableau croisé des fréquences	6
2.3	Fréquence marginale	6
2.4	Fréquence conditionnelle	6

L'exemple permettant d'illustrer le cours est le suivant :

Genre	Éditeur	Effectif
Science fiction	Maison d'édition A	20
Policier	Maison d'édition B	9
Histoire	Maison d'édition C	5
Science fiction	Maison d'édition B	10
Policier	Maison d'édition A	15
Histoire	Maison d'édition A	2
Science fiction	Maison d'édition C	8
Policier	Maison d'édition C	6
Histoire	Maison d'édition B	5

TABLE 1 – Répartition des livres de la bibliothèque.

1 Proportion

1.1 Définition

Définition 1 :
 Soit une population de référence E et A une sous-population de E . La fréquence de A dans E est le nombre réel $p_A = \frac{n_A}{n_E}$ où n_A est l'effectif de A et n_E l'effectif de E .
 La fréquence est aussi appelée la proportion.

Exemple 1 :
 Dans l'exemple, la population étudiée est les livres de la bibliothèque.
 La proportion de livres de science fiction dans la bibliothèque total est :

$$p = \frac{38}{80} = 0,475$$

Exercice 1: Déterminer les proportions suivantes :

1. La proportion des livres policiers dans la bibliothèque.

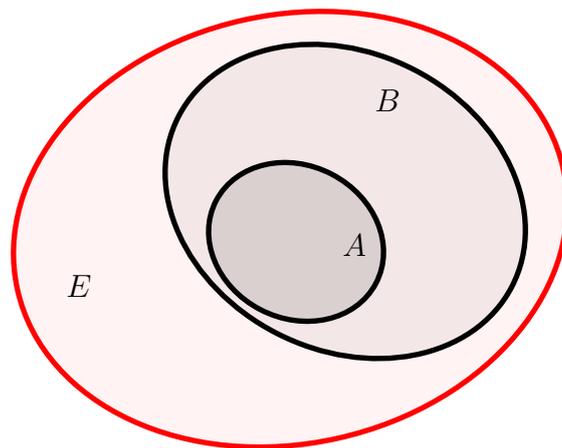
.....

2. La proportion des livres de l'éditeur B dans la bibliothèque.

.....

1.2 Proportion d'une proportion

Propriété 1 :
 On considère 3 populations A , B et E où A est une sous-population de B et B une sous-population de E . Si p est la proportion de B dans E et p' celle de A dans B , alors la proportion P de A dans E est :

$$P = p \times p'$$


Exemple 2 :

- La proportion des livres de la maison d'édition B dans la bibliothèque est $p = \frac{24}{80} = \frac{3}{10}$.
- La proportion des livres de science fiction dans maison d'édition B est $p' = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$.

On peut donc en déduire que la proportion des livres de science fiction édités par B dans la bibliothèque est :

$$P = p \times p' = \frac{3}{10} \times \frac{5}{12} = \frac{1}{8}$$

Exercice 2: On suppose, en France, que le taux de propriétés en résidence principale est de 58 % et que le taux de propriétés secondaires est de 9 %.
 Déterminer la proportion des propriétés secondaires parmi les propriétaires.

.....

1.3 Intersection et réunion

Définition 2 :

- L'intersection $A \cap B$ est la sous population de E constituée des individus appartenant à la fois à A et B .
- L'union $A \cup B$ est la sous population de E constituée des individus appartenant à A ou B , c'est à dire soit A uniquement, soit B uniquement, soit les deux en même temps.
- Deux ensembles A et B sont disjoints s'ils n'ont pas d'éléments en commun. On note $A \cap B = \emptyset$.

Exemple 3 :

Si on note S les livres de science fiction et A les livres de l'édition A .

- $S \cap A$ représente la sous population des livres de science fiction de l'éditeur A . (la première ligne du tableau...)
- $S \cup A$ représente la sous population des livres de science fiction ou de l'éditeur A (ce qui représente un effectif de 55).

Propriété 2 :

En gardant les notations précédentes :

$$p_{A \cap B} = p_A + p_B - p_{A \cup B}$$

Exemple 4 :

On a $p_S = \frac{38}{80} = \frac{19}{40}$ et $p_A = \frac{37}{80}$ et $p_{S \cap A} = \frac{20}{80} = \frac{1}{4}$.

On trouve :

$$\begin{aligned}
 p_{S \cup A} &= p_S + p_A - p_{S \cap A} \\
 &= \frac{19}{40} + \frac{37}{80} - \frac{1}{4} \\
 &= \frac{11}{16}
 \end{aligned}$$

Exercice 3 : Dans une classe de première, on dispose des données suivantes :

- 65 % des élèves ont la moyenne en maths,
- 59 % des élèves ont la moyenne en physique,
- 32 % des élèves ont la moyenne dans les deux matières.

Déterminer la fréquence des élèves ayant la moyenne dans l'une au moins des deux matières.

.....

.....

.....

2 Tableau croisé

2.1 Tableau croisé des effectifs

Définition 3 :

Un tableau croisé d'effectifs est un tableau d'effectifs qui porte sur deux caractères d'une même population.

Exemple 5 :

Le tableau croisé de l'exemple est le suivant :

	Maison d'édition A	Maison d'édition B	Maison d'édition C	Total
Science fiction	20	10	8	38
Policier	15	9	6	30
Historique	2	5	5	12
Total	37	24	19	80

Exercice 4 : Une association sportive propose deux sports à ses adhérents. Nous disposons des informations suivantes :

- 30 garçons font du football.
- 22 garçons font du basket.
- 10 filles font du football.
- 18 filles font du basket.

Compléter le tableau croisé suivant :

	Football	Basket	Total
Garçon			
Fille			
Total			

2.2 Tableau croisé des fréquences

Définition 4 :

Un tableau croisé des fréquences est un tableau de fréquences qui porte sur deux caractères d'une même population.

Exemple 6 :

Compléter le tableau des fréquences de l'exemple :

	Maison d'édition A	Maison d'édition B	Maison d'édition C	Total
Science fiction				
Policier				
Historique				
Total				1

2.3 Fréquence marginale

Définition 5 :

Les fréquences marginales correspondent aux fréquences de chaque caractère. Dans un tableau croisé de fréquences, ce sont les fréquences indiquées dans les cases « total ».

Exemple 7 :

En utilisant le tableau croisé des fréquences, on obtient les fréquences marginales suivantes :

- Fréquence marginale des livres de science fiction :
- Fréquence marginale des livres de l'éditeur C :

2.4 Fréquence conditionnelle

Définition 6 :

Pour A et B deux sous-populations de E .

Le fréquence conditionnelle de A sachant B correspond au rapport entre les effectifs de $A \cap B$ sur les effectif de B :

$$p = \frac{n_{A \cap B}}{n_B}$$

Exemple 8 :

La proportion des livres de science fiction parmi les éditions A est : $p = \frac{20}{37}$