Chapitre 1

Fonctions

Table des matières

1 Généralités sur les fonctions

1.1 Images et antécédents

Définition 1 :

On considère une partie $\mathcal{D}$ de $\mathbb{R}$.
Une fonction f définie sur $\mathcal{D}$ permet d'associer à tout élément x de $\mathcal{D}$ une unique **image** notée $f(x)$. $\mathcal{D}$ est appelé alors ensemble de définition de la fonction f.

Exemple 1 :

Pour la partie $\mathcal{D} = [1;5]$, la fonction f définie sur $\mathcal{D}$ par l'expression

$$\forall x \in \mathcal{D} \quad f(x) = 3x^2 - 4$$

- On a ainsi que l'image de 4 par f est $f(4) = 44$.
- $f\left(\dfrac{3}{2}\right) = \dfrac{11}{4}$
- 7 n'a pas d'image pas f.

Exercice 1 : Pour la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) = 5x^2 - 3x + 2$$

Déterminer les images par f de 3 , -2 et $\dfrac{2}{3}$.

- $f(3) =$ ....
- $f(-2) =$ ....
- $f\left(\dfrac{2}{3}\right) =$ ....

Définition 2 :

Pour la fonction f définie sur $\mathbb{D}$ et un réel y, on appelle **antécédent** de y par f l'ensemble des réels x de $\mathbb{D}$ vérifiant $f(x) = y$.

Exemple 2 :

Pour la partie $\mathcal{D} = [-5;7]$, la fonction f définie sur $\mathcal{D}$ par l'expression

$$\forall x \in \mathcal{D} \quad f(x) = -2x^2 - 3x + 1$$

- -13 a deux antécédents par f qui sont 2 et $-\dfrac{7}{2}$, car $f(2) = -13$ et $f\left(\dfrac{3}{2}\right) = -13$
- 5 n'a pas d'antécédent pas f.

Remarque Disposant de l'expression de la fonction f, la recherche d'un antécédent correspond à la résolution d'une équation.

<u>Exercice 2 :</u> Pour la fonction g définie sur $[-3;2]$ par :

$$\forall t \in \mathbb{R} \quad g(t) = -3t + 2$$

Déterminer le ou les antécédents éventuels de 5 , -2 et $-\dfrac{9}{2}$.

- ....
- ....
- ....

1.2 Courbe représentative d'une fonction

On travaille ici dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

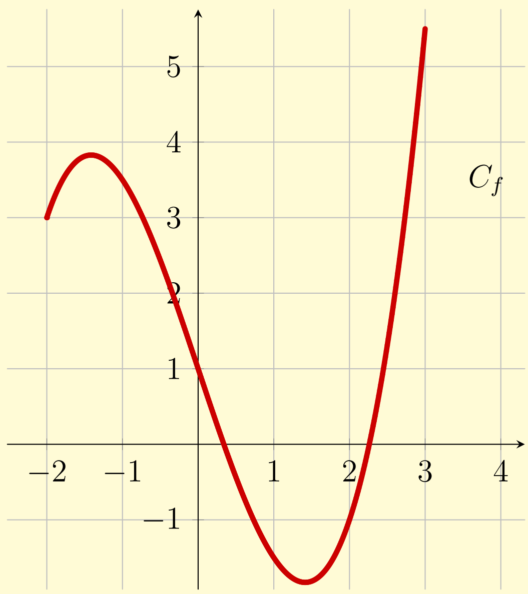
Définition 3 :

On considère une fonction f définie sur l'ensemble $\mathcal{D}$.
La courbe représentation de la fonction f est l'ensemble des points du plan de coordonnée $(x, f(x))$.
On note généralement $\mathscr{C}_f$ la courbe.

$$M(x,y) \in \mathscr{C}_f \Leftrightarrow y = f(x)$$

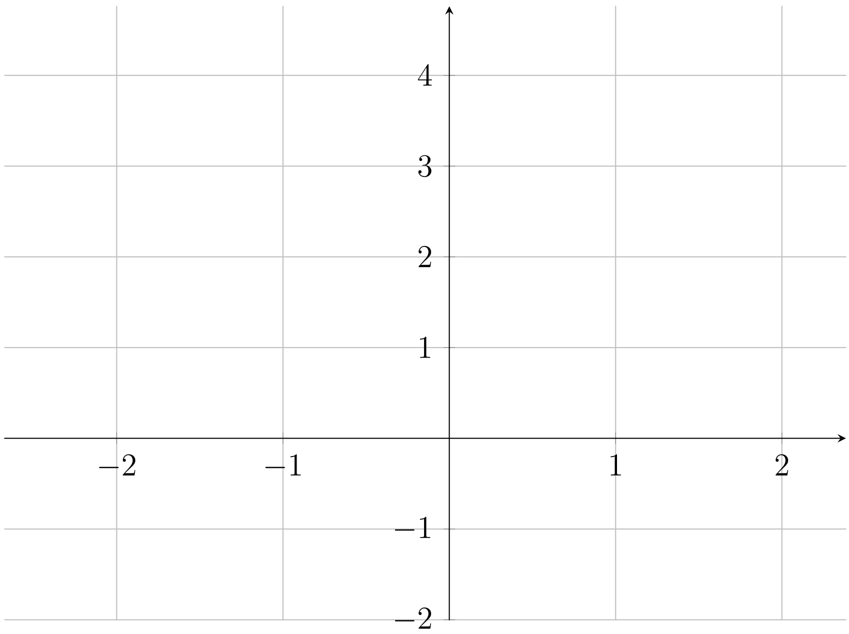
Exemple 3 :

Pour la fonction f définie sur $[-2;3]$ par $f(x) = \dfrac{1}{2}x^3 - 3x + 1$, on obtient la courbe suivante :



Exercice 3 : On considère la fonction définie sur $[-2; 1]$ par $f(x) = 2x^2 + 3x - 1$. Compléter le tableau de valeur suivant, puis dessiner la courbe de la fonction.

x	-2	-1	0	1
$f(x)$				



2 Variations

Définition 4 :

On considère une fonction f définie sur un intervalle $I = [a; b]$.

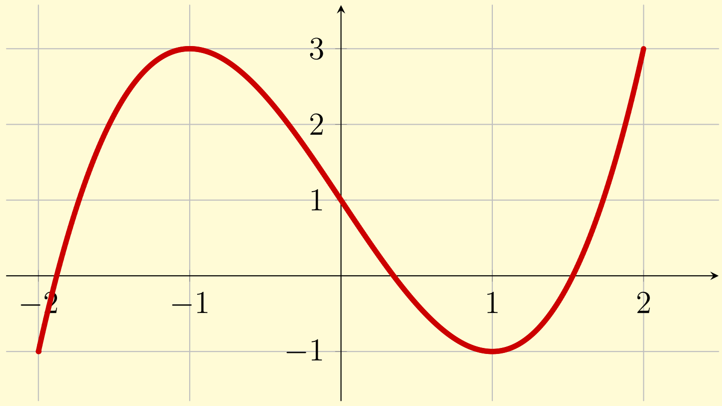
- On dira que la fonction f est croissante sur l'intervalle I si pour tout couple (x_1, x_2) d'éléments de I avec $x_1 \leq x_2$, on a $f(x_1) \leq f(x_2)$.
- On dira que la fonction f est décroissante sur l'intervalle I si pour tout couple (x_1, x_2) d'éléments de I avec $x_1 \leq x_2$, on a $f(x_1) \geq f(x_2)$.

Graphiquement, une fonction est croissante si sa courbe "monte" et elle est décroissante si sa courbe "descend".

Remarque : On résume les variations d'une fonction dans un tableau de variation à l'aide de flèches montantes ou descendantes.

Exemple 4 :

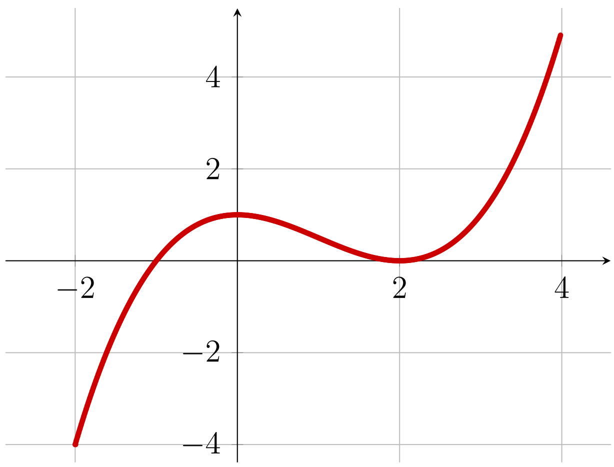
Pour la fonction f définie sur $[-2; 2]$ dont on donne la courbe représentative :



Le tableau de variation est :

x	-2		-1		1		2
f	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3

Exercice 4 : Compléter le tableau de variation de la fonction f dont la courbe est donnée ci-dessous.



x	-2	0	2	4
f				