

DS 8

Devoir sur table

(1 heure)

Nom :

Prénom :

Exercice 1 : (6 points)

Déterminer la forme algébrique des complexes suivants :

-a- $z_1 = -3 + 2i + 5 - 4i$

 **Solution :**

(1 point)

$$\begin{aligned} z_1 &= -3 + 2i + 5 - 4i \\ &= 2 - 2i \end{aligned}$$

-b- $z_2 = 5i(3 - 4i)$

 **Solution :**

(1,5 points)

$$\begin{aligned} z_2 &= 5i(3 - 4i) \\ &= 20 + 15i \end{aligned}$$

-c- $z_3 = (5 - i)(3 - 2i)$

 **Solution :**

(1,5 points)

$$\begin{aligned} z_3 &= (5 - i)(3 - 2i) \\ &= 15 - 10i - 3i + 2i^2 \\ &= 13 - 13i \end{aligned}$$

-d- $z_4 = (3 - 2i)^2 + (2 + i)^2$

 **Solution :**

(2 points)

$$\begin{aligned} z_4 &= (3 - 2i)^2 + (2 + i)^2 \\ &= 9 - 12i + 4i^2 + 4 + 4i + i^2 \\ &= 8 - 8i \end{aligned}$$

Exercice 2 : (6 points)

On pose $z_1 = 1 + 4i$ et $z_2 = -3 - 2i$. Déterminer la forme algébrique des complexes suivants :

(-1-) $Z_1 = z_1 + \overline{z_2}$

**Solution :**

(2 points)

$$\begin{aligned} z_1 &= z_1 + \overline{z_2} \\ &= 1 + 4i - 3 + 2i \\ &= -2 + 6i \end{aligned}$$

(-2-) $Z_2 = z_1 \times \overline{z_2}$

**Solution :**

(2 points)

$$\begin{aligned} z_2 &= z_1 \times \overline{z_2} \\ &= (1 + 4i)(-3 + 2i) \\ &= -3 + 2i - 12i + 8i^2 \\ &= -11 - 10i \end{aligned}$$

(-3-) $Z_3 = \frac{z_1}{z_2}$

**Solution :**

(2 points)

$$\begin{aligned} z_3 &= \frac{z_1}{z_2} \\ &= \frac{1 + 4i}{-3 - 2i} \\ &= \frac{(1 + 4i)(-3 + 2i)}{(-3 - 2i)(-3 + 2i)} \\ &= \frac{-3 + 2i - 12i + 8i^2}{3^2 + 2^2} \\ &= \frac{-11 - 10i}{13} \\ &= -\frac{11}{13} - \frac{10}{13}i \end{aligned}$$

Exercice 3 : (8 points) Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

(-E₁-) $5z - 3i = 7 + 3i$

Solution :

(2 points)

$$5z - 3i = 7 + 3i \Leftrightarrow 5z = 7 + 6i$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{7 + 6i}{5}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{7}{5} + \frac{6}{5}i$$

On a donc : $S = \left\{ \frac{7}{5} + \frac{6}{5}i \right\}$.

(-E₂-) $2(i + z) = 2i(3 - z)$

Solution :

(3 points)

$$2(i + z) = 2i(3 - z) \Leftrightarrow 2i + 2z = 6i - 2iz$$

$$\Leftrightarrow z(2 + 2i) = 4i$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{4i}{2 + 2i}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{4i(2 - 2i)}{(2 + 2i)(2 - 2i)}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{8i - 8i^2}{8 + 8i}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{4 + 4i}{8 + 8i}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{1 + i}{2 + 2i}$$

$$\Leftrightarrow z = 1 + i$$

On a donc : $S = \{1 + i\}$.

(-E₃-) $(1 + i)(z - 3) = i(iz + 1)$

Solution :

(3 points)

$$(1 + i)(z - 3) = i(iz + 1) \Leftrightarrow (1 + i)z - 3 - 3i = -z + i$$

$$\Leftrightarrow (2 + i)z = 3 + 4i$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{3 + 4i}{2 + i}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{10 + 5i}{5}$$

$$\Leftrightarrow z = 2 + i$$

On a donc : $S = \{2 + i\}$.