

DS 8

Devoir sur table

(1 heure)

Nom :

Prénom :

Exercice 1 : (6 points)

Déterminer la forme algébrique des complexes suivants :

-a- $z_1 = 5 - 2i - 3 + 4i$

 **Solution :**

(1 point)

$$\begin{aligned} z_1 &= 5 - 2i - 3 + 4i \\ &= 2 + 2i \end{aligned}$$

-b- $z_2 = 3i(5 - 4i)$

 **Solution :**

(1,5 points)

$$\begin{aligned} z_2 &= 3i(5 - 4i) \\ &= 12 + 15i \end{aligned}$$

-c- $z_3 = (3 - 2i)(5 - i)$

 **Solution :**

(1,5 points)

$$\begin{aligned} z_3 &= (3 - 2i)(5 - i) \\ &= 15 - 3i - 10i + 2i^2 \\ &= 13 - 13i \end{aligned}$$

-d- $z_4 = (2 + i)^2 + (3 - 2i)^2$

 **Solution :**

(2 points)

$$\begin{aligned} z_4 &= (2 + i)^2 + (3 - 2i)^2 \\ &= 4 + 4i + i^2 + 9 - 12i + 4i^2 \\ &= 8 - 8i \end{aligned}$$

Exercice 2 : (6 points)

On pose $z_1 = -3 - 2i$ et $z_2 = 1 + 4i$. Déterminer la forme algébrique des complexes suivants :

(-1-) $Z_1 = z_1 + \overline{z_2}$

**Solution :**

(2 points)

$$\begin{aligned} z_1 &= z_1 + \overline{z_2} \\ &= -3 - 2i + 1 - 4i \\ &= -2 - 6i \end{aligned}$$

(-2-) $Z_2 = z_1 \times \overline{z_2}$

**Solution :**

(2 points)

$$\begin{aligned} z_2 &= z_1 \times \overline{z_2} \\ &= (-3 - 2i)(1 - 4i) \\ &= -3 + 12i - 2i + 8i^2 \\ &= -11 + 10i \end{aligned}$$

(-3-) $Z_3 = \frac{z_1}{z_2}$

**Solution :**

(2 points)

$$\begin{aligned} z_3 &= \frac{z_1}{z_2} \\ &= \frac{-3 - 2i}{1 + 4i} \\ &= \frac{(-3 - 2i)(1 - 4i)}{(1 + 4i)(1 - 4i)} \\ &= \frac{-11 + 10i}{1^2 + 4^2} \\ &= \frac{-11 + 10i}{17} \\ &= -\frac{11}{17} + \frac{10}{17}i \end{aligned}$$

Exercice 3 : (8 points) Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

(-E₁-) $3z - 2i = 4 + 3i$



Solution :

(2 points)

$$3z - 2i = 4 + 3i \Leftrightarrow 3z = 4 + 5i$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{4 + 5i}{3}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{4}{3} + \frac{5}{3}i$$

On a donc : $S = \left\{ \frac{4}{3} + \frac{5}{3}i \right\}$.

(-E₂-) $2i(3 - z) = 2(i + z)$



Solution :

(3 points)

$$2i(3 - z) = 2(i + z) \Leftrightarrow 6i - 2iz = 2i + 2z$$

$$\Leftrightarrow z(-2 - 2i) = -4i$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{-4i}{-2 - 2i}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{-4i(-2 + 2i)}{(-2 - 2i)(-2 + 2i)}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{8i - 8i^2}{4 + 4}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{8 + 8i}{8}$$

$$\Leftrightarrow z = 1 + i$$

On a donc : $S = \{1 + i\}$.

(-E₃-) $(1 + i)(z - 3) = i(iz + 1)$



Solution :

(3 points)

$$(1 + i)(z - 3) = i(iz + 1) \Leftrightarrow (1 + i)z - 3 - 3i = -z + i$$

$$\Leftrightarrow (2 + i)z = 3 + 4i$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{3 + 4i}{2 + i}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{10 + 5i}{5}$$

$$\Leftrightarrow z = 2 + i$$

On a donc : $S = \{2 + i\}$.