

DS 7

Devoir sur table

(1 heure)

Nom :

Prénom :

Exercice 1 : (4 points)

Établir le tableau de variation des fonctions suivantes :

1. $f_1 : x \mapsto 3x^2 - 12x + 9$

Solution :On a ici : $a = 3$, $b = -12$ et $c = 9$.On a donc : $\frac{-b}{2a} = \frac{12}{6} = 2$.Et $f_1(2) = 3 \times (2)^2 - 12 \times 2 + 9 = -3$.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
f	$+\infty$	-3	$+\infty$

2. $f_2 : x \mapsto -2x^2 + 4x + 3$

Solution :On a ici : $a = -2$, $b = 4$ et $c = 3$.On a donc : $\frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-4} = 1$.Et $f_2(1) = -2 \times 1^2 + 4 \times 1 + 3 = 5$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f_2	$-\infty$	5	$-\infty$

Exercice 2 : (6 points)

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = 10(5x + 1) + (2x - 5)(3x - 1)$$

1. Montrer que pour tout x réel :

$$f(x) = 6x^2 + 33x + 15$$

 Solution :

On a :

$$\begin{aligned} f(x) &= 10(5x + 1) + (2x - 5)(3x - 1) \\ &= 50x + 10 + 6x^2 - 2x - 15x + 5 \\ &= 6x^2 + 33x + 15 \end{aligned}$$

On retrouve bien l'égalité cherchée.

2. Montrer que pour tout x réel :

$$f(x) = (6x + 3)(x + 5)$$

 Solution :

On a :

$$\begin{aligned} (6x + 3)(x + 5) &= 6x^2 + 30x + 3x + 15 \\ &= 6x^2 + 33x + 15 \\ &= f(x) \end{aligned}$$

On retrouve bien l'égalité cherchée.

3. Déterminer les images des nombres suivants :

- $f(1)$

 Solution :

$$f(1) = (6 + 3)(1 + 5) = 9 \times 6 = 54.$$

- $f(0)$

 Solution :

$$f(0) = 6 \times 0^2 + 33 \times 0 + 15 = 15.$$

4. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

Solution :

$$\begin{aligned}
 f(x) = 0 &\Leftrightarrow (6x + 3)(x + 4) = 0 \\
 &\Leftrightarrow 6x + 3 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 5 = 0 \\
 &\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad x = -5
 \end{aligned}$$

On trouve donc : $S = \left\{ -\frac{1}{2}; -5 \right\}$.

5. Déterminer le signe de la fonction f .

Solution :

x	$-\infty$	-5	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$6x + 3$	$-$	$-$	0	$+$
$x + 5$	$-$	0	$+$	$+$
$f(x)$	$+$	0	$-$	$+$

Exercice 3 : (6 points)

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = 4x^2 - 3x - 5$$

1. Déterminer un tableau de valeurs de la fonction dans l'intervalle $[-1; 2]$ avec un pas de 0,5.

Solution :

x	-1	$-0,5$	0	$0,5$	1	$1,5$	2
$f(x)$	2	$-2,5$	-5	$-5,5$	-4	$-0,5$	5

2. Déterminer le tableau de variation de la fonction f .

Solution :

On a ici : $a = 4$, $b = -3$ et $c = -5$.

On a donc : $\frac{-b}{2a} = \frac{3}{8}$.

$$\text{Et } f\left(\frac{3}{8}\right) = 4 \times \left(\frac{3}{8}\right)^2 - 3 \times \left(\frac{3}{8}\right) - 5 = -\frac{89}{16}.$$

x	$-\infty$	$\frac{3}{8}$	$+\infty$
f	$+\infty$	$-\frac{89}{16}$	$+\infty$

3. Justifier que la fonction admet un annulateur, nommé x_0 , dans l'intervalle $]1,5;2[$.

Solution :

La fonction est croissante, négative en 1,5 et positive en 2, donc forcément elle passe par 0 dans l'intervalle $]1,5;2[$.

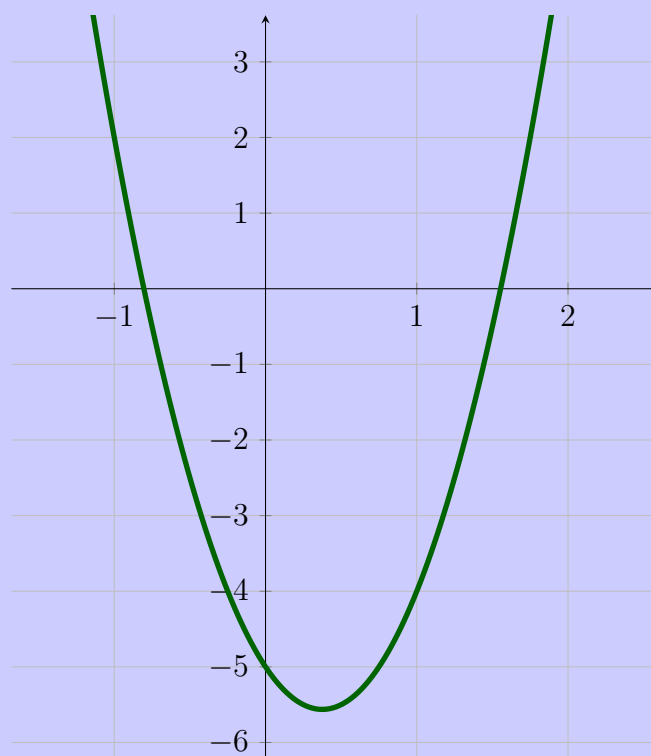
4. A l'aide de la calculatrice, donnée une valeur approchée à 10^{-2} de la valeur x_0 .

Solution :

En utilisant la calculatrice, on trouve $f(1,55) = -0,04 < 0$ et $f(1,56) = 0,0544 > 0$.
Donc on peut prendre $x_0 = 1,55$ à 10^{-2} près.

5. Tracer la courbe représentative de la fonction.

Solution :



Exercice 4 : (4 points)

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = (-x - 3)(x^2 - x + 2)$$

1. Déterminer le tableau de variation de la fonction :

$$p(x) = x^2 - x + 2$$

Solution :

On a ici : $a = 1$, $b = -1$ et $c = 2$.

On a donc : $\frac{-b}{2a} = \frac{1}{2}$.

$$\text{Et } p\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} + 2 = \frac{7}{4}.$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
p	$+\infty$	$\frac{7}{4}$	$+\infty$

2. En déduire le signe de $p(x)$.

Solution :

Le minimum de la fonction est $\frac{7}{4}$, elle est donc toujours positive.

3. En déduire le tableau de signe de la fonction f .

Solution :

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$-x - 3$	+	0	-
$p(x)$	+	+	+
$(-x - 3)(x^2 - x + 2)$	+	0	-