DS 7

# Devoir sur table

( 1 heure )

Nom :........................
Prénom :........................

Exercice 1 : ( 4 points )

Établir le tableau de variation des fonctions suivantes :

1. $f_1 : x \mapsto 2x^2 - 12x + 13$

**Solution :**

On a ici : $a = 2$ , $b = -12$ et $c = 13$.

On a donc : $\dfrac{-b}{2a} = \dfrac{12}{4} = 3$.

Et $f_1(3) = 2 \times (3)^2 - 12 \times 3 + 13 = -5$.

| $x$ | $-\infty$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f_1$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-5$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

2. $f_2 : x \mapsto -3x^2 + 6x + 1$

**Solution :**

On a ici : $a = -3$ , $b = 6$ et $c = 1$.

On a donc : $\dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-6}{-6} = 1$.

Et $f_2(1) = -3 \times 1^2 + 6 \times 1 + 1 = 4$.

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f_2$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $4$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Exercice 2 : ( 6 points )

On considère la fonction $f$ définie par :

$$f(x) = 5\,(10x+1) + (2x-7)\,(3x-1)$$

1. Montrer que pour tout $x$ réel :

$$f(x) = 6x^2 + 27x + 12$$

**Solution :**

On a :

$$\begin{aligned} f(x) &= 5\,(10x+1) + (2x-7)\,(3x-1) \\ &= 50x + 5 + 6x^2 - 2x - 21x + 7 \\ &= 6x^2 + 27x + 12 \end{aligned}$$

On retrouve bien l'égalité cherchée.

2. Montrer que pour tout $x$ réel :

$$f(x) = (6x+3)(x+4)$$

**Solution :**

On a :

$$\begin{aligned} (6x+3)(x+4) &= 6x^2 + 24x + 3x + 12 \\ &= 6x^2 + 27x + 12 \\ &= f(x) \end{aligned}$$

On retrouve bien l'égalité cherchée.

3. Déterminer les images des nombres suivants :

- $f(1)$

**Solution :**

$f(1) = (6+3)(1+4) = 9 \times 5 = 45.$

- $f(0)$

**Solution :**

$f(0) = 6 \times 0^2 + 27 \times 0 + 12 = 12.$

4. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

**Solution :**

$$\begin{aligned} f(x)=0 &\Leftrightarrow (6x+3)(x+4)=0 \\ &\Leftrightarrow 6x+3=0 \quad \text{ou} \quad x+4=0 \\ &\Leftrightarrow x=-\frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad x=-4 \end{aligned}$$

On trouve donc : $S=\left\{-\frac{1}{2};-4\right\}$.

5. Déterminer le signe de la fonction $f$.

**Solution :**

| $x$ | $-\infty$ | | $-4$ | | $-\frac{1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $6x+3$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x+4$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $f(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Exercice 3 : (6 points )

On considère la fonction $f$ définie par :

$$f(x)=5x^2-3x-4$$

1. Déterminer un tableau de valeurs de la fonction dans l'intervalle $[-1;2]$ avec un pas de $0,5$.

**Solution :**

| $x$ | $-1$ | $-0,5$ | $0$ | $0,5$ | $1$ | $1,5$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $4$ | $-1,25$ | $-4$ | $-4,25$ | $-2$ | $2,75$ | $10$ |

2. Déterminer le tableau de variation de la fonction $f$.

**Solution :**

On a ici : $a=5$ , $b=-3$ et $c=-4$.

On a donc : $\frac{-b}{2a}=\frac{3}{10}$.

Et $f\left(\frac{3}{10}\right)=5\times\left(\frac{3}{10}\right)^2-3\times\left(\frac{3}{10}\right)-4=-\frac{89}{20}$.

| $x$ | $-\infty$ | $\frac{3}{10}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f$ | $+\infty$ | $-\frac{89}{20}$ | $+\infty$ |

3. Justifier que la fonction admet un annulateur, nommé $x_0$, dans l'intervalle $]-1;-0,5[$.

**Solution :**

La fonction est décroissante, positive en $-1$ et négative en $-0,5$, donc forcément elle passe par 0.

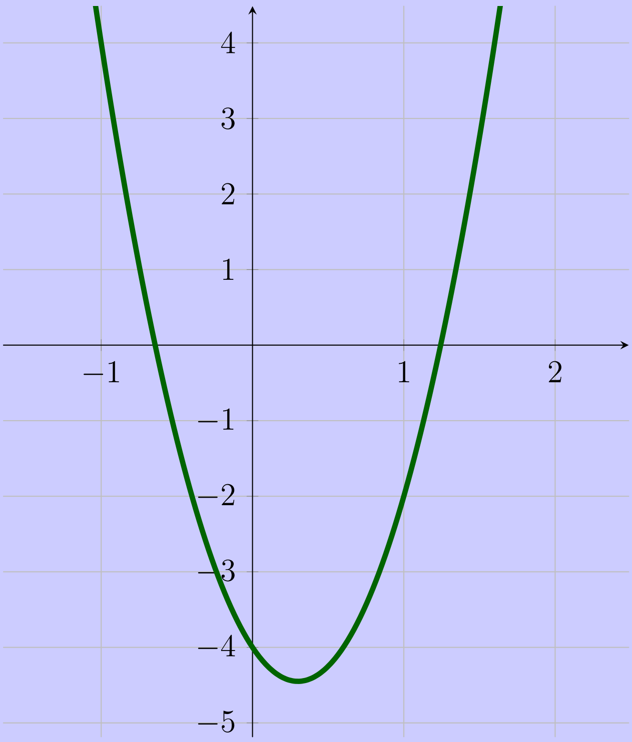
4. A l'aide de la calculatrice, donnée une valeur approchée à $10^{-2}$ de la valeur $x_0$.

**Solution :**

En utilisant la calculatrice, on trouve $f(-0,65) = 0,0625 > 0$ et $f(-0,64) = -0,032 < 0$. Donc on peut prendre $x_0 = -0,65$ à $10^{-2}$ près.

5. Tracer la courbe représentative de la fonction.

**Solution :**



<u>Exercice 4 :</u> (4 points )

On considère la fonction $f$ définie par :

$$f(x) = (-x-2)\left(x^2 - x + 4\right)$$

1. Déterminer le tableau de variation de la fonction :

$$p(x) = x^2 - x + 4$$

**Solution :**

On a ici : $a = 1$ , $b = -1$ et $c = 4$.

On a donc : $\dfrac{-b}{2a} = \dfrac{1}{2}$.

Et $p\left(\dfrac{1}{2}\right) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 - \dfrac{1}{2} + 4 = \dfrac{15}{4}$.

| $x$ | $-\infty$ | $\frac{1}{2}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $p$ | $+\infty$ | $\frac{15}{4}$ | $+\infty$ |

2. En déduire le signe de $p(x)$.

**Solution :**

Le minimum de la fonction est $\dfrac{15}{4}$, elle est donc toujours positive.

3. En déduire le tableau de signe de la fonction $f$.

**Solution :**

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $-x - 2$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $p(x)$ | | $+$ | | $+$ | |
| $(-x-2)(x^2-x+4)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |