DS 1

Devoir sur table

(1 heure)

Nom :......................
Prénom :......................

Exercice 1 : (4 points)
On considère la fonction f définie sur $\mathcal{D} = [-1; 3]$ par $f(x) = 3x + 2$.

1. Déterminer l' image par f de 1.

Solution :

$$\begin{aligned} f(1) &= 3 \times 1 + 2 \\ &= 5 \end{aligned}$$

2. Déterminer l' image par f de 4.

Solution :

On constate que $4 \notin \mathcal{D}$, donc 4 n'a pas d'image par f.

3. Déterminer les antécédents éventuels de 3.

Solution :

Les antécédents de 3 vérifient l'équation suivante :

$$\begin{aligned} f(x) &= 3 \\ \Leftrightarrow \quad 3x + 2 &= 3 \\ \Leftrightarrow \quad 3x &= 1 \\ \Leftrightarrow \quad x &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

De plus $\frac{1}{3} \in \mathcal{D}$ donc l'antécédent de 3 par f est $\frac{1}{3}$.

4. Déterminer les antécédents éventuels de -4.

Solution :

Les antécédents de -4 vérifient l'équation suivante :

$$\begin{aligned} f(x) &= -4 \\ \Leftrightarrow \quad 3x + 2 &= -4 \\ \Leftrightarrow \quad 3x &= -6 \\ \Leftrightarrow \quad x &= -2 \end{aligned}$$

Or $-2 \notin \mathcal{D}$, donc (-4) n'a pas d'antécédent par f.

<u>Exercice 2 :</u> (6 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathcal{D} = [-5; 7]$ par :

$$f : x \mapsto 2x^2 + 5x - 3$$

1. Déterminer l' image par f de 2.

Solution :

$$\begin{aligned} f(2) &= 2 \times 2^2 + 5 \times 2 - 3 \\ &= 15 \end{aligned}$$

2. Déterminer l' image par f de $-\dfrac{1}{2}$.

Solution :

$$\begin{aligned} f\left(-\frac{1}{2}\right) &= 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 5 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 3 \\ &= -5 \end{aligned}$$

3. Déterminer l' image par f de -3.

Solution :

$$\begin{aligned} f(-3) &= 2 \times (-3)^2 + 5 \times (-3) - 3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

4. Montrer que, pour tout x de $\mathcal{D}$, on a :

$$f(x) = (2x - 1)(x + 3)$$

Solution :

$\forall x \in \mathcal{D}$:

$$\begin{aligned} (2x-1)(x+3) &= 2x^2 + 6x - x - 3 \\ &= 2x^2 + 5x - 3 \\ &= f(x) \end{aligned}$$

On a donc bien : $f(x) = (2x - 1)(x + 3)$.

5. En déduire les antécédents éventuels de 0.

Solution :

Les antécédents de 0 vérifient l'équation suivante :

$$\begin{array}{rrcl} & f(x) & = & 0 \\ \Leftrightarrow & (2x-1)(x+3) & = & 0 \\ \Leftrightarrow & 2x-1=0 & \text{ou} & x+3=0 \\ \Leftrightarrow & x=\dfrac{1}{2} & \text{ou} & x=-3 \end{array}$$

De plus $\dfrac{1}{2} \in \mathcal{D}$ et $-3 \in \mathcal{D}$, donc les antécédents de 0 par f sont $\dfrac{1}{2}$ et -3.

Exercice 3 : (3 points)

Soit g une fonction définie sur $D = [-2; 2]$ par :

$$g : \begin{array}{rcl} D & \to & \mathbb{R} \\ t & \mapsto & -t^2 - t + 4 \end{array}$$

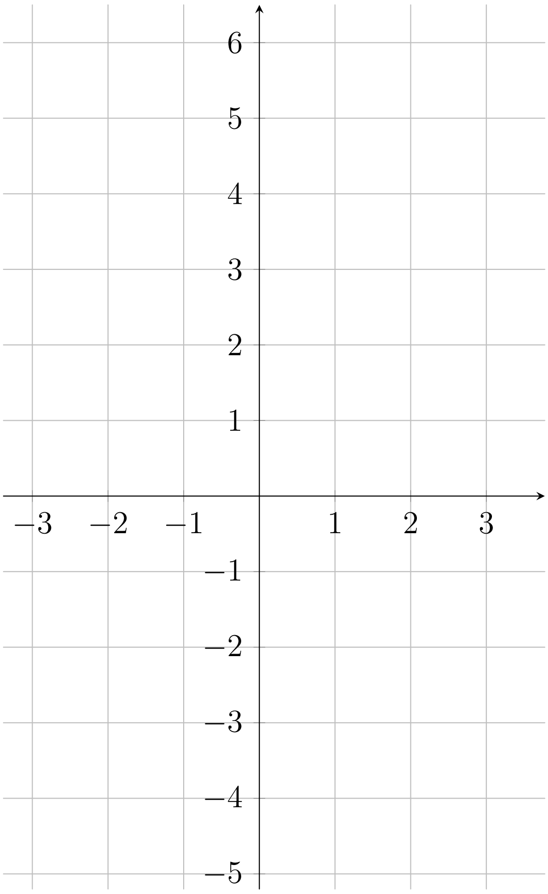
1. Compléter le tableau de valeurs suivant.

t	-2	-1	0	1	2
$f(t)$	2				-2

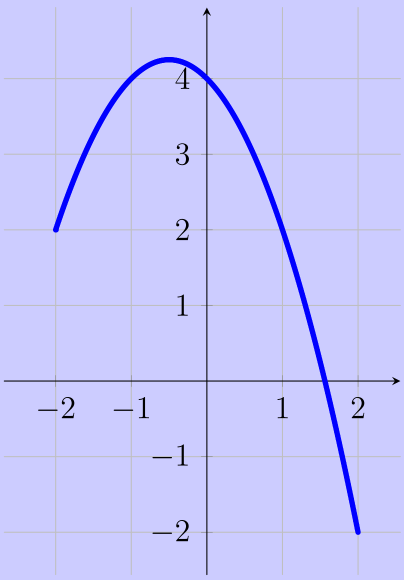
Solution :

t	-2	-1	0	1	2
$f(t)$	2	4	4	2	-2

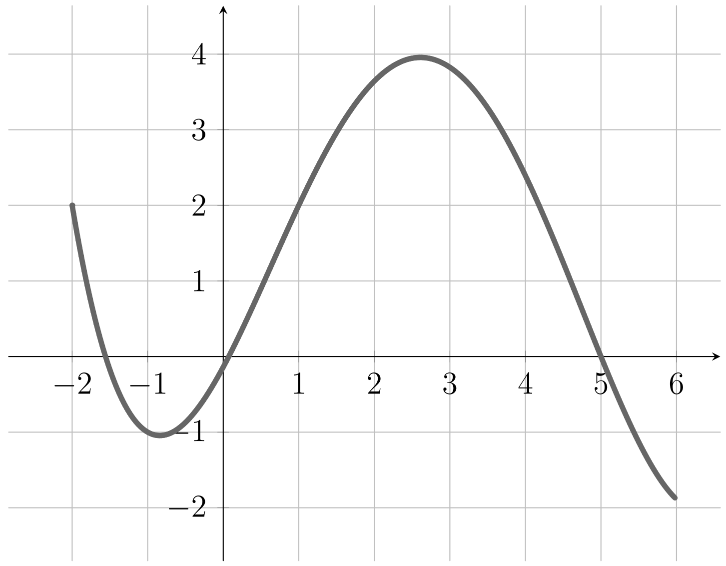
2. A l'aide de la question 1), place des points de coordonnées $(t; f(t))$ dans un repère, puis tracer la courbe de la fonction g.



Solution :



Exercice 4 : (7 points)
On considère la fonction f définie sur $[-2;6]$ dont on donne la courbe représentative :



En utilisant le graphe de la fonction :
(On laissera les traits de construction)

1. Déterminer l'image par f de de -1 et 2.

Solution :
On trouve, approximativement, $f(-1) = -1$ et $f(2) = 3,6$.

2. Déterminer les antécédents éventuels de 3.

Solution :
On trouve, approximativement, deux antécédents : $1,6$ et $3,8$.

3. Résoudre l'équation $f(x) = 2$.

Solution :
On trouve, approximativement, 3 solutions :$S = \{-2; 1; 4,2\}$.

4. Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 0$.

Solution :
On trouve,$S = [-2; -1,6] \cup [0; 5]$.

5. Résoudre l'inéquation $f(x) > 1$.

Solution :

On trouve $S = [-2; -1,7[\cup]0,5; 4,6[$.