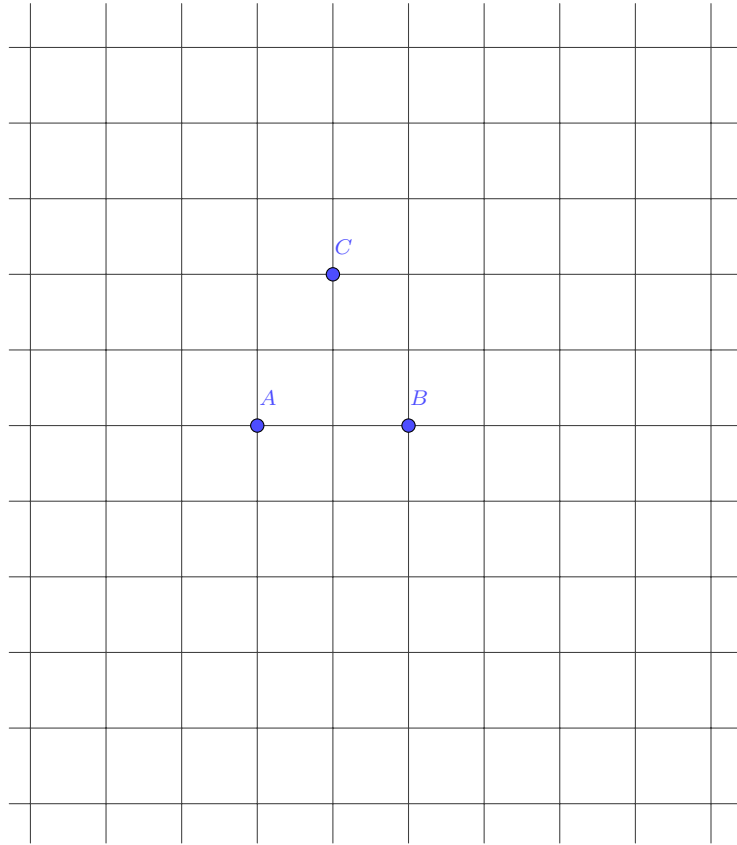


Fiche 1

Exercices sur les vecteurs.

Exercice 1 : Soit ABC est un triangle.



1. Construire les point M , N et P définis par :

$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \quad , \quad \overrightarrow{BN} = 2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} \quad , \quad \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{BC}$$

2. Montrer que l'on a :

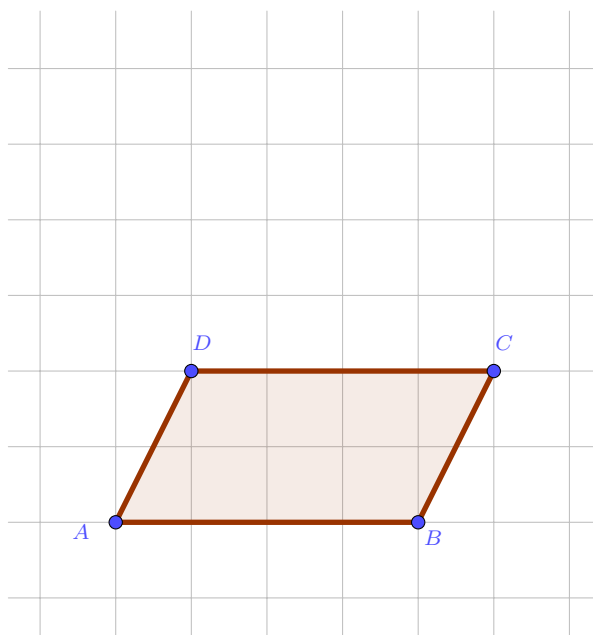
$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$$

3. Montrer que l'on a :

$$\overrightarrow{MP} = -3\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$$

4. Démontrer que M , N et P sont alignés.

Exercice 2: Soit ABCD est un parallélogramme.



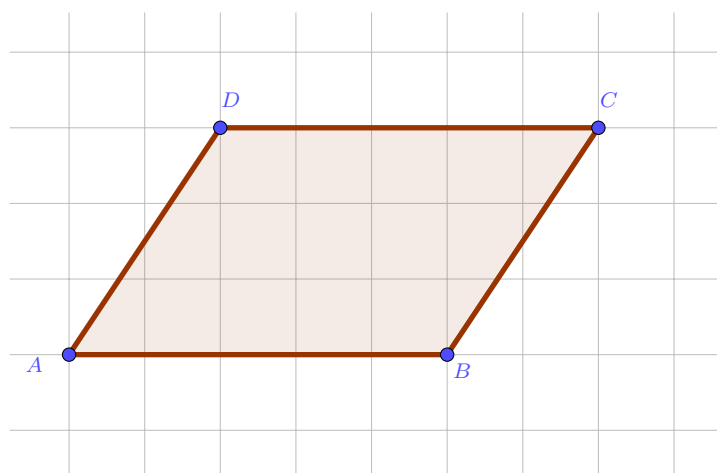
1. Construire les point M et N définis par :

$$\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AD} \text{ et } \overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

2. Exprimer $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{CN}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.

3. Démontrer que C , M et N sont alignés.

Exercice 3: Soit ABCD est un parallélogramme.



1. Construire les point I , J , K et L définis par :

$$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{BJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} ; \overrightarrow{CK} = \frac{1}{5}\overrightarrow{CD} ; \overrightarrow{DL} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$$

2. Montrer que l'on a :

$$\overrightarrow{IJ} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$$

3. Montrer que l'on a la même égalité avec le vecteur $\overrightarrow{LK}$.

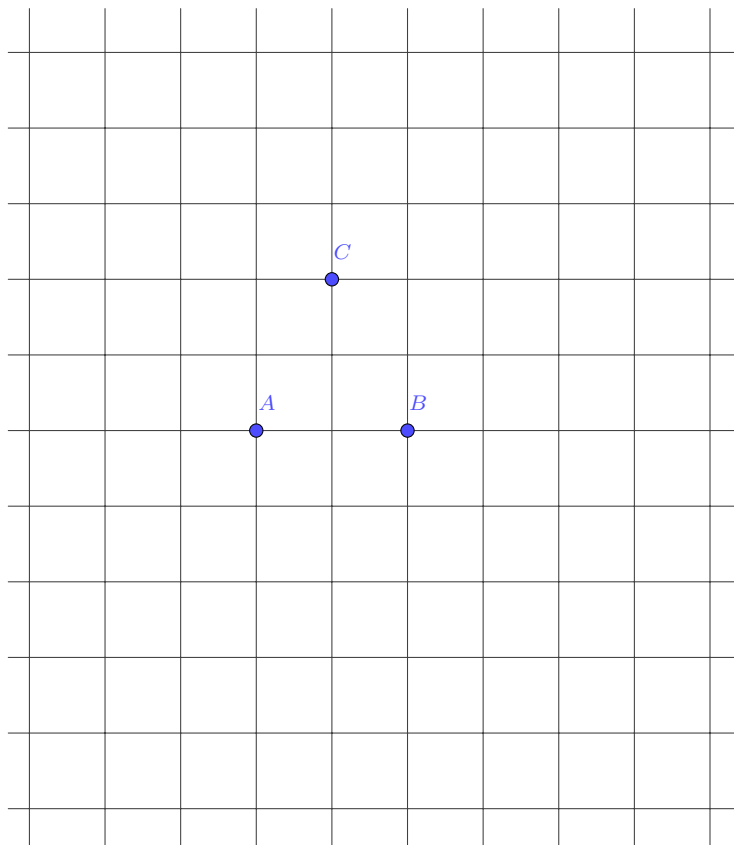
4. En déduire la nature du quadrilatère $IJKL$.

Fiche 1

Exercices sur les vecteurs.

correction

Exercice 1 : Soit ABC est un triangle.



1. Construire les point M , N et P définis par :

$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \quad , \quad \overrightarrow{BN} = 2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} \quad , \quad \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{BC}$$

2. Montrer que l'on a :

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$$

Solution :

$$\begin{aligned} \text{On a :} \\ \overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} && \text{(Relation de Chasles)} \\ &= -2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} \\ &= \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

3. Montrer que l'on a :

$$\overrightarrow{MP} = -3\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$$

Solution :

On a :

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{MP} &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CP} && \text{(Relation de Chasles)} \\
 &= -2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} \\
 &= -2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} && \text{(Relation de Chasles)} \\
 &= -3\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}
 \end{aligned}$$

4. Démontrer que M , N et P sont alignés.

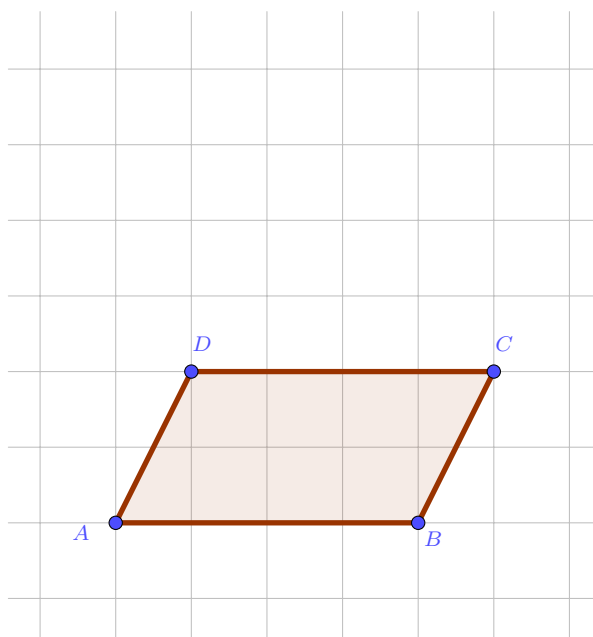
Solution :

On constate que :

$$\begin{aligned}
 -3\overrightarrow{MN} &= -3(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) \\
 &= -3\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} \\
 &= \overrightarrow{MP}
 \end{aligned}$$

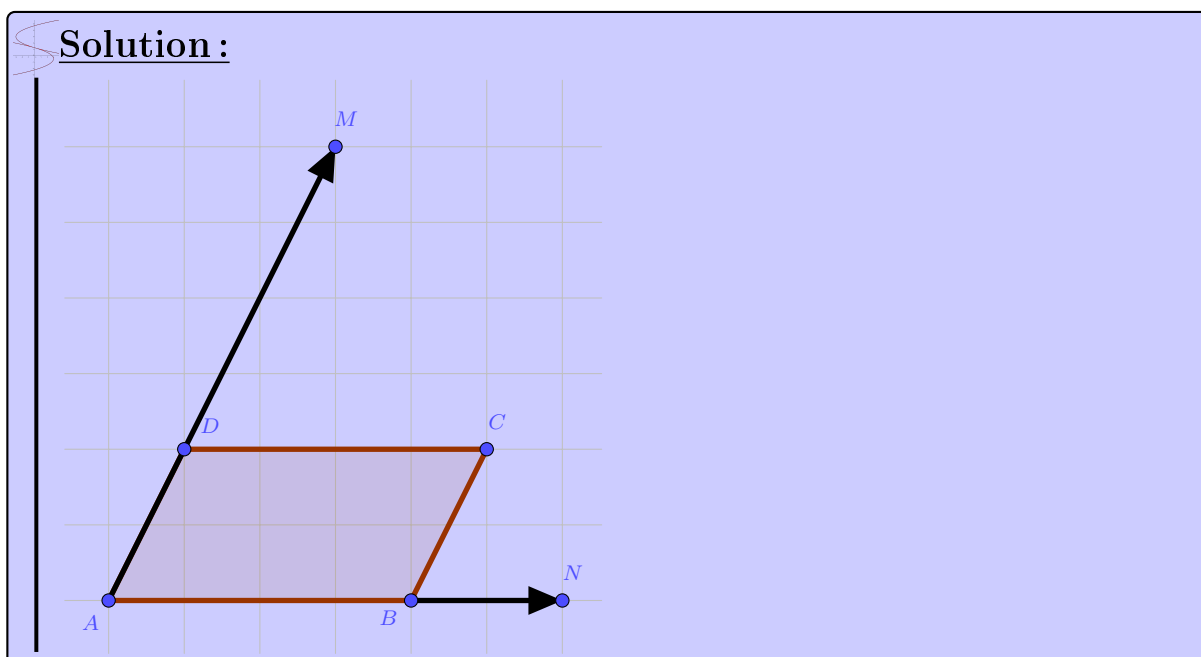
On a donc $\overrightarrow{MP} = -3\overrightarrow{MN}$, donc les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{MP}$ sont colinéaires, donc les points M , N et P sont alignés.

Exercice 2 : Soit ABCD est un parallélogramme.



1. Construire les point M et N définis par :

$$\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AD} \text{ et } \overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$



2. Exprimer $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{CN}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.

Solution :

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{CM} &= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} \\
 &= -\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AD} \\
 &= -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD} \\
 \overrightarrow{CN} &= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BN} \\
 &= -\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \\
 &= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}
 \end{aligned}$$

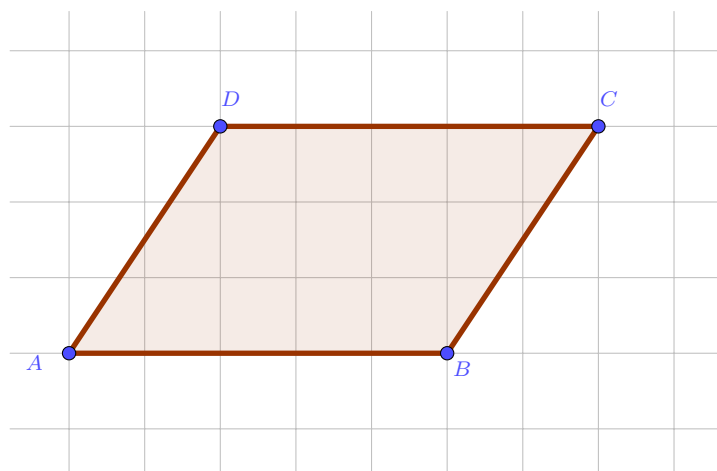
3. Démontrer que C , M et N sont alignés.

Solution :

On constate que $-2\overrightarrow{CN} = -2\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}\right) = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CM}$

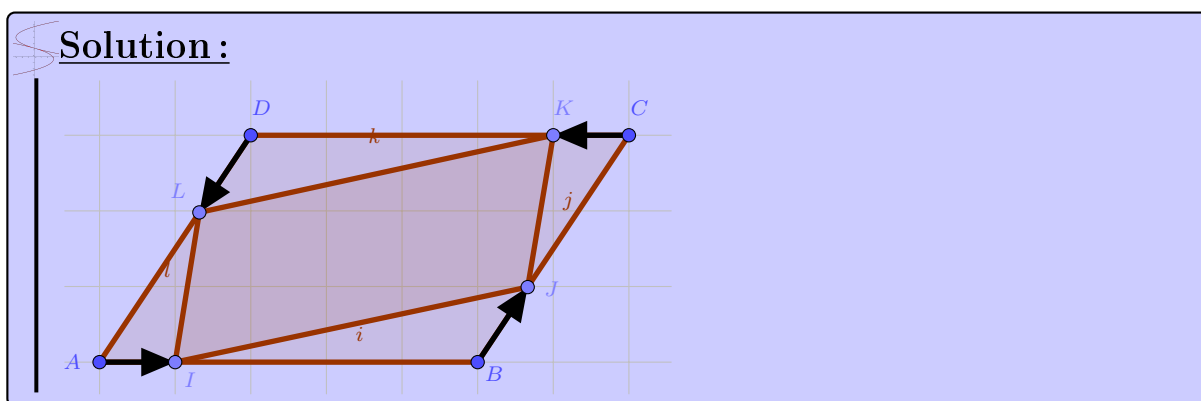
Donc les vecteurs $\overrightarrow{CN}$ et $\overrightarrow{CM}$ sont colinéaires, donc les points C , M et N sont alignés.

Exercice 3 : Soit ABCD est un parallélogramme.



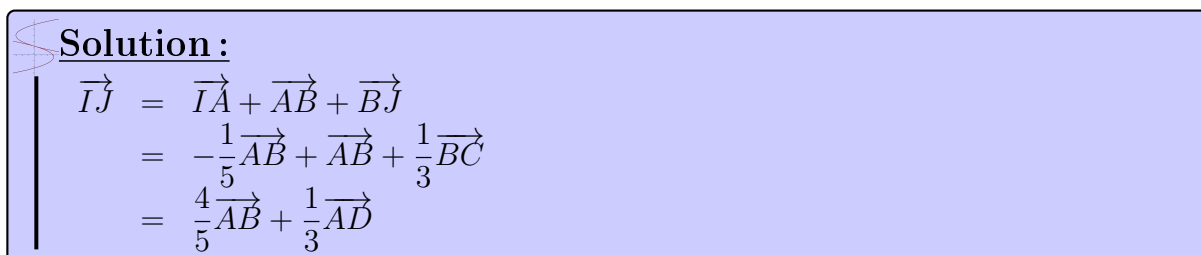
1. Construire les point I , J , K et L définis par :

$$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{BJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} ; \overrightarrow{CK} = \frac{1}{5}\overrightarrow{CD} ; \overrightarrow{DL} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$$



2. Montrer que l'on a :

$$\overrightarrow{IJ} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$$



3. Montrer que l'on a la même égalité avec le vecteur $\overrightarrow{LK}$.



|

4. En déduire la nature du quadrilatère $IJKL$.

**Solution :**

| On constate que $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{LK}$, donc le quadrilatère $IJKL$ est un parallélogramme.