

Fiche 4
Fonctions

Définition 1 :

On considère une partie $\mathcal{D}$ de $\mathbb{R}$ (soit un intervalle, soit une union d'intervalle).

Une fonction f , définie sur un $\mathcal{D}$, est un objet mathématique qui permet d'associer à un nombre réel $x \in \mathcal{D}$, un unique nombre réel, noté $f(x)$ et appelé l'image de x par la fonction f .

Exemple 1 :

Par exemple la fonction :

$$\begin{aligned} f : [-6, 5] &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto -0,5x + 3 \end{aligned}$$

permet d'associer à chaque nombre, un autre nombre :

- $f(-6) = \dots$, l'image de -6 par la fonction f est $\dots$.
- $f(0) = \dots$, l'image de 0 par la fonction f est $\dots$.
- $f(4) = \dots$, l'image de 4 par la fonction f est $\dots$.

Définition 2 :

Pour une fonction f définie sur un ensemble $\mathcal{D}$, on appelle antécédent du nombre y par la fonction f , un nombre $x \in \mathcal{D}$ tel que :

$$f(x) = y$$

Remarque : Pour un élément x de $\mathcal{D}$, l'image existe et est unique. En revanche, pour tout y réel, il peut y avoir entre 0 et une infinité d'antécédents.

Exemple 2 :

Pour la fonction f :

$$\begin{aligned} f : [-6, 5] &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto -0,5x + 3 \end{aligned}$$

On cherche le ou les antécédents éventuels de 4 par la fonction f : cela revient à résoudre, pour $x \in [-6, 5]$ l'équation :

$$\begin{aligned} f(x) &= 4 \\ \Leftrightarrow -0,5x + 3 &= 4 \\ \Leftrightarrow \dots &= \dots \\ \Leftrightarrow \dots &= \dots \\ \Leftrightarrow \dots &= \dots \end{aligned}$$

Exercice 1 :

1. Déterminer l'image de 0 et -0,5 par la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x - 3$:

.....
.....

2. Calculer $g(-2)$ et $g(0)$ avec la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x + 2$:

.....
.....

3. Déterminer l'image de 5 et $-0,5$ par la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(y) = y^2$:

.....
.....

4. Calculer $h(-4)$ et $h(1)$ avec la fonction h définie sur $\mathbb{R}^*$ par $h(t) = \frac{1}{t}$:

.....
.....

5. Déterminer l'image de -1 et 2 par la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$:

.....
.....

Exercice 2 :

1. Calculer le ou les antécédents éventuels de 5 par la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x - 3$.

.....
.....

2. On considère la fonction f définie sur $[-3, 2]$ par $f(x) = -2x + 3$.

- Déterminer le ou les antécédents éventuels de 5 :

.....
.....

- Déterminer le ou les antécédents éventuels de -5 :

.....
.....

- Déterminer le ou les antécédents éventuels de 0 :

.....
.....

3. On considère la fonction f définie sur $[-3; 2[\cup]2; 5]$ par $f(x) = \frac{-2x + 3}{3x - 6}$.

- Déterminer le ou les antécédents éventuels de 5 :

.....
.....

- Déterminer le ou les antécédents éventuels de -5 :

.....
.....

- Déterminer le ou les antécédents éventuels de 0 :

.....
.....

Définition 3 :

On appelle tableau de valeurs d'une fonction f définie sur $\mathcal{D}$, un tableau présentant pour chaque valeur de la variable x de $\mathcal{D}$, son image.

Exemple 3 :

Dans le tableau de valeurs de la fonction f ci-dessous :

x	-6,4	-3,6	-2	-3	-2	-1	0	1
$f(x)$	2	4	2	4,5	4	3,25	3,5	2,04

L'image de -2 par la fonction f vaut

..... est un antécédent de 3,5

Quels sont les antécédents de 2 d'après le tableau ?

Définition 4 :

Un graphique : On considère une fonction f définie sur un ensemble $\mathcal{D}$.

On appelle représentation graphique (ou courbe représentative) de la fonction f l'ensemble $\mathcal{C}_f$ des points de coordonnées $(x, f(x))$, où x décrit l'ensemble $\mathcal{D}$.

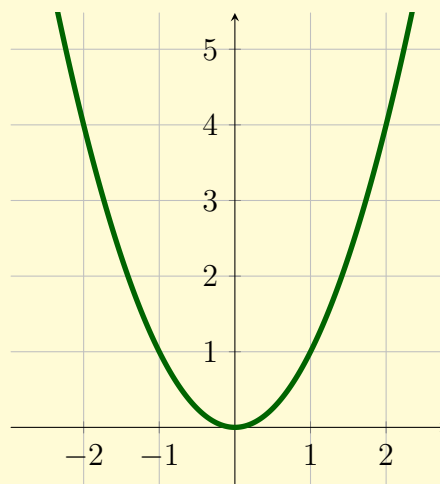
Exemple 4 :

On considère la f définie par :

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto x^2 \end{aligned}$$

On peut construire sa courbe représentative en s'aidant d'un tableau de valeurs :

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	4	1	0	1	4



Exercice 3 : Voici un tableau de valeurs d'une fonction f :

x	-5	-4,5	-2,25	-1	0	2,48	4,7	5	10
$f(x)$	12	-4	0	-2	-4	12	-4	2,66	20

1. Que vaut $f(-1)$? et $f(0)$?

.....

2. Donner l'image de 0 par la fonction f :

.....

3. Donner des antécédents de 12 par la fonction f . Est-ce que ce sont les seuls ?

.....

4. Donner des antécédents de 4 par la fonction f . Est-ce que ce sont les seuls ?

.....

Exercice 4 : Voici un tableau de valeurs d'une fonction g :

y	0	2	4	6	8
$g(y)$	0	10	20	30	40

1. Que vaut l'image de 2 par la fonction g ? et l'image de 4 ?

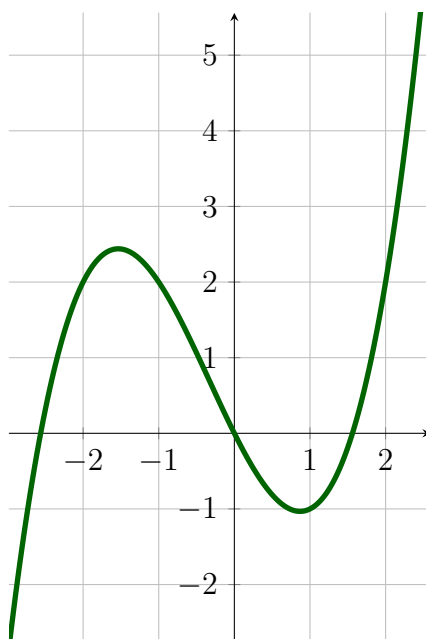
.....

2. Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ? Si oui, avec quel coefficient de proportionnalité ?

.....

3. Peux-t-on en déduire que $g(y) = 5y$?

Exercice 5: Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ dont voici la représentation graphique :



1. Que vaut $f(2)$?
.....
2. Que vaut $f(0)$?
.....
3. Quelle est l'image de -1 par la fonction f ?
.....
4. Donne le ou les antécédents de -3 par la fonction f .
.....
5. Donne le ou les antécédents de 2 par la fonction f .
.....
6. Donne le ou les antécédents de 0 par la fonction f .

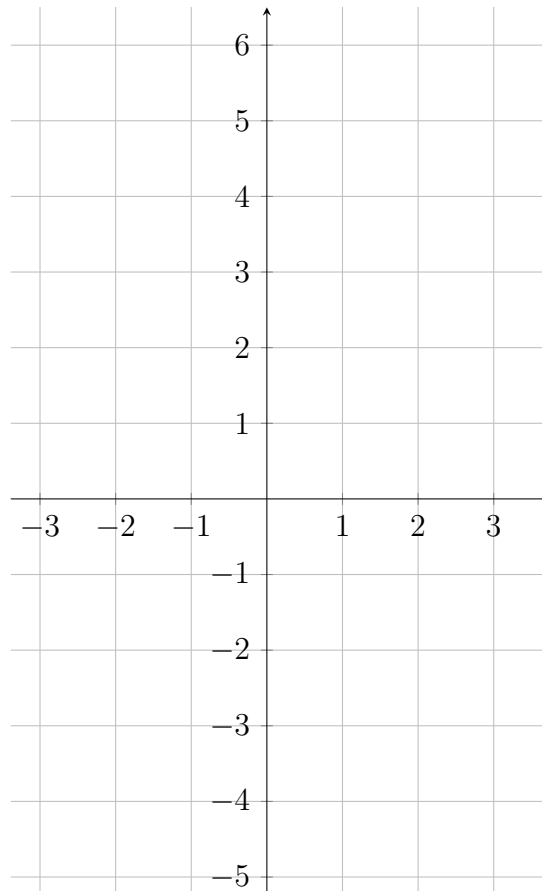
Exercice 6 : Soit f une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{array}{rcl} f : \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ t & \mapsto & -2t + 1 \end{array}$$

1. Compléter le tableau de valeurs suivant.

t	-1	-0,5	0	0,5	1
$f(t)$					

2. A l'aide de la question 1), place des points de coordonnées $(t; f(t))$ dans un repère :



3. Sachant que la représentation graphique d'une fonction affine est une droite, trace la courbe représentative de la fonction f .

Exercice 7 : On donne quatre fonctions usuelles par leur expression :

1. $f_1(x) = x^2$

2. $f_2(x) = x^3$

3. $f_3(x) = \frac{1}{x}$

4. $f_4(x) = \sqrt{x}$

