

Fiche 2

Équations

Définition 1 :

Résoudre une équation c'est donner l'ensemble des solutions satisfaisant l'équation.

- Pour les équations du premier degré, on "isole" l'inconnue.
- Pour les équations d'ordre supérieur, on se ramène à une équation produit.

Exemple 1 :

$$\begin{aligned}
 3x - 6 &= 8x + 4 \\
 \Leftrightarrow 3x - 8x &= 4 + 6 \\
 \Leftrightarrow -5x &= 10 \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{10}{-5} \\
 \Leftrightarrow x &= -2
 \end{aligned}$$

L'ensemble solution est donc : $S = \{-2\}$.

Exemple 2 :

$$\begin{aligned}
 (3x - 6)(8x + 4) &= 0 \\
 \Leftrightarrow 3x - 6 = 0 &\text{ ou } 8x + 4 = 0 \\
 \Leftrightarrow 3x = 6 &\text{ ou } 8x = -4 \\
 \Leftrightarrow x = \frac{6}{3} &\text{ ou } x = -\frac{4}{8} \\
 \Leftrightarrow x = 2 &\text{ ou } x = -\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

L'ensemble solution est donc : $S = \left\{2; -\frac{1}{2}\right\}$.

Exercice 1 : Résoudre les équations suivantes :

a) $3x - 2 = 0$

.....

Solution :

$$\begin{aligned}
 3x - 2 &= 0 \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{2}{3} \\
 \text{On a donc } S &= \left\{\frac{2}{3}\right\}.
 \end{aligned}$$

b) $2x + 7 = 0$

.....

Solution :

$$\begin{aligned}
 2x + 7 &= 0 \\
 \Leftrightarrow x &= -\frac{7}{2} \\
 \text{On a donc } S &= \left\{-\frac{7}{2}\right\}.
 \end{aligned}$$

c) $5x - 6 = 2x + 3$

.....

Solution :

$$\begin{aligned} 5x - 6 &= 2x + 3 \\ \Leftrightarrow 5x - 2x &= 6 + 3 \\ \Leftrightarrow 3x &= 9 \\ \Leftrightarrow x &= 3 \\ \text{On a donc } S &= \{3\}. \end{aligned}$$

e) $6(2x + 1) = 3(3x + 2)$

.....

Solution :

$$\begin{aligned} 6(2x + 1) &= 3(3x + 2) \\ \Leftrightarrow 12x + 6 &= 9x + 6 \\ \Leftrightarrow 12x - 9x &= 6 - 6 \\ \Leftrightarrow 3x &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= 0 \\ \text{On a donc } S &= \{0\}. \end{aligned}$$

d) $8 - 2x = 7 - 2x$

.....

Solution :

$$\begin{aligned} 8 - 2x &= 7 - 2x \\ \Leftrightarrow 2x - 2x &= 7 - 8 \\ \Leftrightarrow 0 &= -1 \\ \text{L'équation étant impossible, il n'y a} \\ \text{pas de solution.} \\ \text{On a donc } S &= \emptyset. \end{aligned}$$

f) $7(x + 3) = 2(3 - 5x)$

.....

Solution :

$$\begin{aligned} 7(x + 3) &= 2(3 - 5x) \\ \Leftrightarrow 7x + 21 &= 6 - 10x \\ \Leftrightarrow 7x + 10x &= 6 - 21 \\ \Leftrightarrow 17x &= -15 \\ \Leftrightarrow x &= -\frac{15}{17} \\ \text{On a donc } S &= \left\{-\frac{15}{17}\right\}. \end{aligned}$$

Exercice 2 : Résoudre les équations suivantes :

a) $(2x + 1)(x + 3) = 0$

.....

Solution :

$$\begin{aligned} (2x + 1)(x + 3) &= 0 \\ \Leftrightarrow 2x + 1 = 0 &\text{ ou } x + 3 = 0 \\ \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} &\text{ ou } x = -3 \\ \text{On a donc } S &= \left\{-\frac{1}{2}; -3\right\}. \end{aligned}$$

b) $(3x - 5)(1 - x) = 0$

.....

Solution :

$$\begin{aligned} (3x - 5)(1 - x) &= 0 \\ \Leftrightarrow 3x - 5 = 0 &\text{ ou } 1 - x = 0 \\ \Leftrightarrow x = \frac{5}{3} &\text{ ou } x = 1 \\ \text{On a donc } S &= \left\{\frac{5}{3}; 1\right\}. \end{aligned}$$

c) $3x(2x - 7) = 0$

.....

Solution :

$$\begin{aligned} 3x(2x - 7) &= 0 \\ \Leftrightarrow 3x = 0 \quad \text{ou} \quad 2x - 7 &= 0 \\ \Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x &= \frac{7}{2} \\ \text{On a donc } S &= \left\{0; \frac{7}{2}\right\}. \end{aligned}$$

d) $5(4x + 1) = 0$

.....

Solution :

$$\begin{aligned} 5(4x + 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow 4x + 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= -\frac{1}{4} \\ \text{On a donc } S &= \left\{-\frac{1}{4}\right\}. \end{aligned}$$

Exercice 3 : Résoudre les équations suivantes :

a) $6x^2 - 5x = 0$

.....

Solution :

$$\begin{aligned} 6x^2 - 5x &= 0 \\ \Leftrightarrow x(6x - 5) &= 0 \\ \Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad 6x - 5 &= 0 \\ \Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x &= \frac{5}{6} \\ \text{On a donc } S &= \left\{0; \frac{5}{6}\right\}. \end{aligned}$$

Solution :

$$\begin{aligned} 5x(2x - 1) + 3(2x - 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow (2x - 1)(5x + 3) &= 0 \\ \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \quad \text{ou} \quad 5x + 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad x &= -\frac{3}{5} \\ \text{On a donc } S &= \left\{-\frac{3}{5}; \frac{1}{2}\right\}. \end{aligned}$$

c) $(x - 4)^2 - 25 = 0$

.....

Solution :

$$\begin{aligned} (x - 4)^2 - 25 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x - 4 + 5)(x - 4 - 5) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x + 1)(x - 9) &= 0 \\ \Leftrightarrow x + 1 = 0 \quad \text{ou} \quad x - 9 &= 0 \\ \Leftrightarrow x = -1 \quad \text{ou} \quad x &= 9 \\ \text{On a donc } S &= \{-1; 9\}. \end{aligned}$$

b) $5x(2x - 1) + 3(2x - 1) = 0$

.....

d) $(4x + 1)^2 - (x + 5)^2 = 0$

.....

.....

.....

**Solution :**

$$\begin{aligned} & (4x+1)^2 - (x+5)^2 = 0 \\ \Leftrightarrow & (4x+1+x+5)(4x+1-x-5) = 0 \\ \Leftrightarrow & (5x+6)(3x-4) = 0 \\ \Leftrightarrow & 5x+6=0 \text{ ou } 3x-4=0 \\ \Leftrightarrow & x = -\frac{6}{5} \text{ ou } x = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$\text{On a donc } S = \left\{ -\frac{6}{5}; \frac{4}{3} \right\}.$$

Exercice 4: Résoudre les équations suivantes :

a) $\frac{6x+9}{2x-7} = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

Solution :

Pour $x \neq \frac{7}{2}$ (la valeur d'interdite...),

$$\frac{6x+9}{2x-7} = 0$$

on a : $\Leftrightarrow 6x+9 = 0$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$$

On a donc $S = \left\{ -\frac{3}{2} \right\}$.

b) $\frac{6x+9}{2x-7} = 1$

.....

.....

.....

.....

.....

Solution :

Pour $x \neq \frac{7}{2}$ (la valeur d'interdite...),

$$\frac{6x+9}{2x-7} = 1$$

on a : $\Leftrightarrow 6x+9 = 2x-7$

$$\Leftrightarrow 4x = -16$$

$$\Leftrightarrow x = -4$$

On a donc $S = \{-4\}$.

c) $\frac{6x+9}{2x-7} = \frac{3}{4}$

.....

.....

Solution :

Pour $x \neq \frac{7}{2}$ (la valeur d'interdite...),

$$\frac{6x+9}{2x-7} = \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow 4(6x+9) = 3(2x-7)$$

$$\Leftrightarrow 24x+36 = 6x-21$$

on a : $\Leftrightarrow 18x = -57$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{57}{18}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{19}{6}$$

On a donc $S = \left\{ -\frac{19}{6} \right\}$.

d) $\frac{3}{2x-7} = \frac{5}{x+4}$

.....

.....

.....

.....

.....

Solution :

Pour $x \neq \frac{7}{2}$ et $x \neq -4$ (les valeurs d'interdites...), on a :

$$\frac{3}{2x-7} = \frac{5}{x+4}$$

$$\Leftrightarrow 3(x+4) = 5(2x-7)$$

$$\Leftrightarrow 3x+12 = 10x-35$$

$$\Leftrightarrow -7x = -47$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{47}{7}$$

On a donc $S = \left\{ \frac{47}{7} \right\}$.