

Fiche 8

Angles et trigonométrie

Correction

Exercice 1 : Sachant que $ABCD$ est un carré, de centre O , donner une mesure en radians de angles orientés suivants :

1. $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$

Solution :
 $\mid (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = -\frac{\pi}{2} [2\pi]$

2. $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OD})$

Solution :
 $\mid (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OD}) = \frac{\pi}{2} [2\pi]$

3. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

Solution :
 $\mid (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = -\frac{\pi}{4} [2\pi]$

4. $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC})$

Solution :
 $\mid (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}) = \pi [2\pi]$

5. $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OB})$

Solution :
 $\mid (\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OB}) = \frac{\pi}{2} [2\pi]$

6. $(\overrightarrow{DO}, \overrightarrow{DA})$

Solution :

$$\left| \left(\overrightarrow{D\vec{O}}, \overrightarrow{D\vec{A}} \right) = \frac{\pi}{4} [2\pi] \right.$$

7. $\left(\overrightarrow{B\vec{D}}, \overrightarrow{A\vec{C}} \right)$

Solution :

$$\left| \left(\overrightarrow{B\vec{D}}, \overrightarrow{A\vec{C}} \right) = \frac{\pi}{2} [2\pi] \right.$$

8. $\left(\overrightarrow{O\vec{A}}, \overrightarrow{C\vec{B}} \right)$

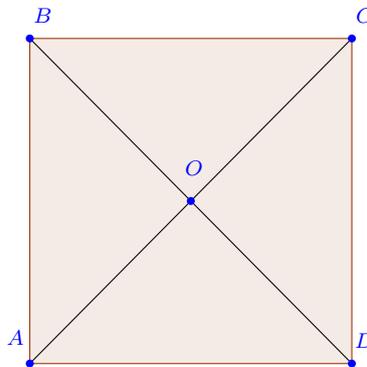
Solution :

$$\left| \left(\overrightarrow{O\vec{A}}, \overrightarrow{C\vec{B}} \right) = -\frac{\pi}{4} [2\pi] \right.$$

9. $\left(\overrightarrow{A\vec{D}}, \overrightarrow{B\vec{C}} \right)$

Solution :

$$\left| \left(\overrightarrow{A\vec{D}}, \overrightarrow{B\vec{C}} \right) = 0 [2\pi] \right.$$



Exercice 2 : En s'aidant du cercle trigonométrique donner une mesure en radians de angles orientés suivants :

1. $\left(\overrightarrow{O\vec{A}}, \overrightarrow{O\vec{B}} \right)$

Solution :

$$\left| \left(\overrightarrow{O\vec{A}}, \overrightarrow{O\vec{B}} \right) = \pi [2\pi] \right.$$

2. $\left(\overrightarrow{O\vec{A}}, \overrightarrow{O\vec{D}} \right)$

Solution :

$$\left| \begin{array}{l} (\vec{OA}, \vec{OB}) = -\frac{11\pi}{12} [2\pi] \end{array} \right.$$

3. (\vec{OB}, \vec{OC})

Solution :

$$\left| \begin{array}{l} (\vec{OB}, \vec{OC}) = -\frac{5\pi}{12} [2\pi] \end{array} \right.$$

4. (\vec{OA}, \vec{OC})

Solution :

$$\left| \begin{array}{l} (\vec{OA}, \vec{OC}) = \frac{7\pi}{12} [2\pi] \end{array} \right.$$

5. (\vec{OC}, \vec{OG})

Solution :

$$\left| \begin{array}{l} (\vec{OC}, \vec{OG}) = -\frac{5\pi}{12} [2\pi] \end{array} \right.$$

6. (\vec{OE}, \vec{OF})

Solution :

$$\left| \begin{array}{l} (\vec{OE}, \vec{OF}) = -\frac{\pi}{2} [2\pi] \end{array} \right.$$

7. (\vec{OD}, \vec{OF})

Solution :

$$\left| \begin{array}{l} (\vec{OD}, \vec{OF}) = \frac{\pi}{12} [2\pi] \end{array} \right.$$

8. (\vec{OA}, \vec{OG})

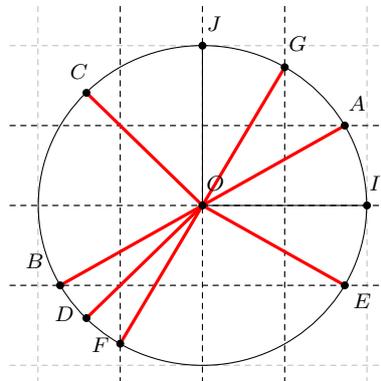
Solution :

$$\left| \begin{array}{l} (\vec{OA}, \vec{OG}) = \frac{\pi}{6} [2\pi] \end{array} \right.$$

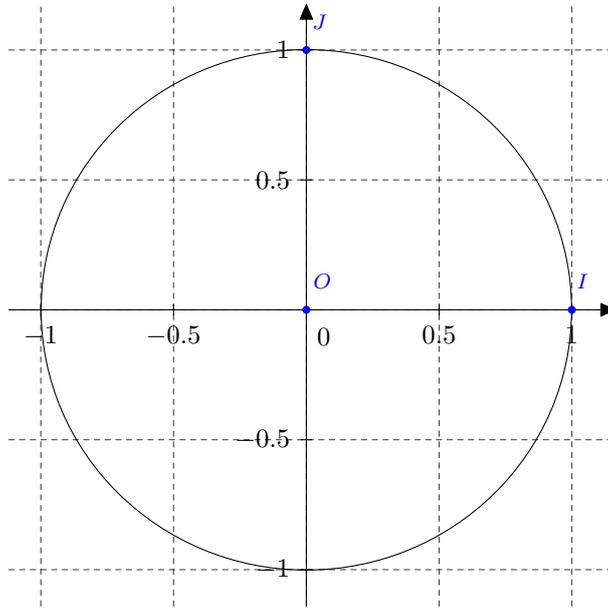
9. (\vec{OB}, \vec{OE})

Solution :

$$\left| (\vec{OB}, \vec{OE}) = \frac{2\pi}{3} [2\pi] \right.$$



Exercice 3 : Sur le cercle trigonométrique, placer les points A, B, C, D, E, F respectivement repérés par les angles : $-\frac{4\pi}{3}, -\frac{3\pi}{2}, -\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$.



Exercice 4 : Déterminer la mesure principale des angles suivants, puis représenter le point correspondant sur le cercle trigonométrique :

(a) $\frac{15\pi}{2}$

Solution :

On a : $15 = 2 \times 8 - 1$, donc :

$$\begin{aligned} \frac{15\pi}{2} &= \frac{2 \times 8\pi - \pi}{2} \\ &= 8\pi - \frac{\pi}{2} \\ &= -\frac{\pi}{2} [2\pi] \end{aligned}$$

La mesure principale est donc $-\frac{\pi}{2}$.

(b) $-\frac{9\pi}{4}$

Solution :

On a : $9 = 2 \times 4 + 1$, donc :

$$\begin{aligned} -\frac{9\pi}{4} &= -\frac{4 \times 2\pi + \pi}{4} \\ &= -2\pi - \frac{\pi}{4} \\ &= \frac{-\pi}{4} [2\pi] \end{aligned}$$

La mesure principale est donc $\frac{-\pi}{4}$.

(c) 152π

Solution :

On a : $152\pi = 0[2\pi]$.
La mesure principale est donc 0.

(d) $-\frac{59\pi}{3}$

Solution :

On a : $59 = 3 \times 20 - 1$, donc :

$$\begin{aligned} -\frac{59\pi}{4} &= -\frac{3 \times 20\pi - \pi}{3} \\ &= -20\pi + \frac{\pi}{3} \\ &= \frac{\pi}{3} [2\pi] \end{aligned}$$

La mesure principale est donc $\frac{\pi}{3}$.

(e) $\frac{151\pi}{3}$

Solution :

On a : $151 = 3 \times 50 + 1$, donc :

$$\begin{aligned} \frac{151\pi}{3} &= \frac{3 \times 50\pi + \pi}{3} \\ &= 50\pi + \frac{\pi}{3} \\ &= \frac{\pi}{3} [2\pi] \end{aligned}$$

La mesure principale est donc $\frac{\pi}{3}$.

(f) $\frac{101\pi}{6}$

Solution :

On a : $101 = 6 \times 16 + 5$, donc :

$$\begin{aligned} \frac{101\pi}{3} &= \frac{6 \times 16\pi + 5\pi}{6} \\ &= 16\pi + \frac{5\pi}{6} \\ &= \frac{5\pi}{6} [2\pi] \end{aligned}$$

La mesure principale est donc $\frac{5\pi}{6}$.

(g) $-\frac{333\pi}{4}$

Solution :

On a : $333 = 4 \times 84 - 3$, donc :

$$\begin{aligned} -\frac{333\pi}{4} &= -\frac{4 \times 84\pi - 3\pi}{4} \\ &= -84\pi + \frac{3\pi}{4} \\ &= \frac{3\pi}{4} [2\pi] \end{aligned}$$

La mesure principale est donc $\frac{3\pi}{4}$.

(h) $-\frac{47\pi}{2}$

Solution :

On a : $47 = 2 \times 24 - 1$, donc :

$$\begin{aligned} -\frac{47\pi}{2} &= -\frac{2 \times 24\pi - \pi}{2} \\ &= -24\pi + \frac{\pi}{2} \\ &= \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{aligned}$$

La mesure principale est donc $\frac{\pi}{2}$.

(i) $\frac{77\pi}{6}$

Solution :

On a : $77 = 6 \times 12 + 5$, donc :

$$\begin{aligned} \frac{77\pi}{6} &= \frac{6 \times 12\pi + 5\pi}{6} \\ &= 12\pi + \frac{5\pi}{6} \\ &= \frac{5\pi}{6} [2\pi] \end{aligned}$$

La mesure principale est donc $\frac{5\pi}{6}$.

(j) $-\frac{41\pi}{6}$

Solution :

On a : $41 = 6 \times 6 + 5$, donc :

$$\begin{aligned} -\frac{41\pi}{6} &= -\frac{6 \times 6\pi + 5\pi}{6} \\ &= -6\pi - \frac{5\pi}{6} \\ &= -\frac{5\pi}{6} [2\pi] \end{aligned}$$

La mesure principale est donc $-\frac{5\pi}{6}$.

(k) $\frac{253\pi}{4}$

Solution :On a : $253 = 4 \times 64 - 3$, donc :

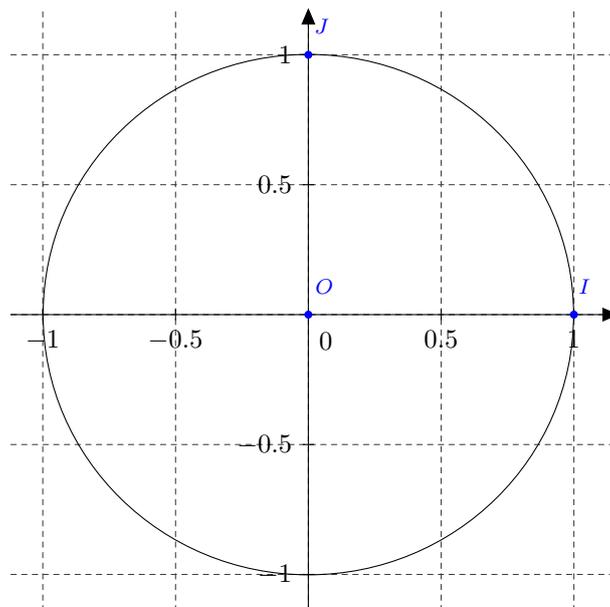
$$\begin{aligned} \frac{253\pi}{4} &= \frac{4 \times 64\pi - 3\pi}{4} \\ &= 64\pi - \frac{3\pi}{4} \\ &= -\frac{3\pi}{4} [2\pi] \end{aligned}$$

La mesure principale est donc $-\frac{3\pi}{4}$.

(l) $\frac{2017\pi}{6}$

Solution :On a : $2017 = 6 \times 336 + 1$, donc :

$$\begin{aligned} \frac{2017\pi}{6} &= \frac{6 \times 336\pi + \pi}{6} \\ &= 336\pi + \frac{\pi}{6} \\ &= \frac{\pi}{6} [2\pi] \end{aligned}$$

La mesure principale est donc $\frac{\pi}{6}$.

Exercice 5: Pour les angles suivants, placer le point correspondant sur le cercle trigonométrique et déterminer la valeur du cosinus et du sinus.

(a) $-\frac{\pi}{2}$

(b) $\frac{3\pi}{4}$

(c) $-\pi$

(d) $\frac{5\pi}{3}$

(e) $-\frac{2\pi}{3}$

(f) $\frac{5\pi}{4}$

(g) $-\frac{7\pi}{4}$

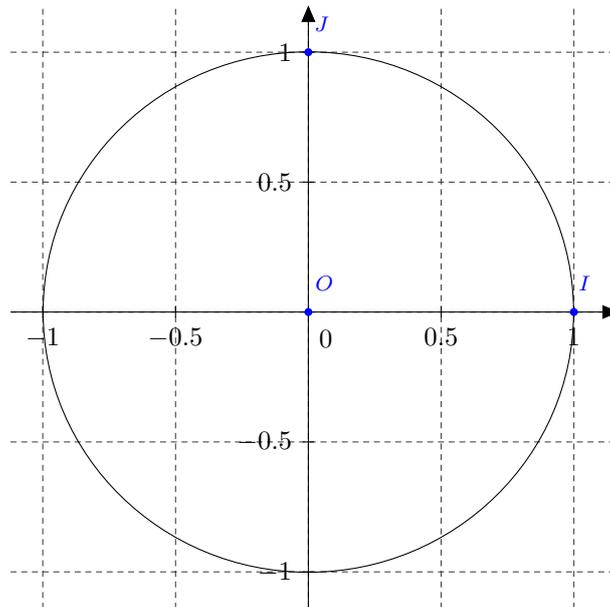
(h) $-\frac{7\pi}{2}$

(i) $\frac{17\pi}{6}$

(j) $-\frac{142\pi}{3}$

(k) $\frac{275\pi}{4}$

(l) $\frac{2017\pi}{3}$



Exercice 6: On considère un réel $x \in [0, \pi]$.

Déterminer la valeur de $\sin(x)$ sachant que $\cos(x) = 0,3$.

Exercice 7: On considère un réel $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

Déterminer la valeur de $\cos(x)$ sachant que $\sin(x) = -\frac{1}{3}$.

Exercice 8: On admet que $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}$:

1. Déterminer la valeur de $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$.

2. Déterminer la valeur du cosinus et du sinus des nombres suivants :

(a) $-\frac{\pi}{5}$

(b) $-\frac{4\pi}{5}$

(c) $\frac{3\pi}{10}$

(d) $\frac{2009\pi}{5}$

Exercice 9 : A l'aide du cercle trigonométrique, déterminer les valeurs de $x \in]-\pi, \pi]$ telles que :

$$1. \begin{cases} \cos(x) = \frac{1}{2} \\ \sin(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin(x) = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} \cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} \cos(x) = 0 \\ \sin(x) = -1 \end{cases}$$

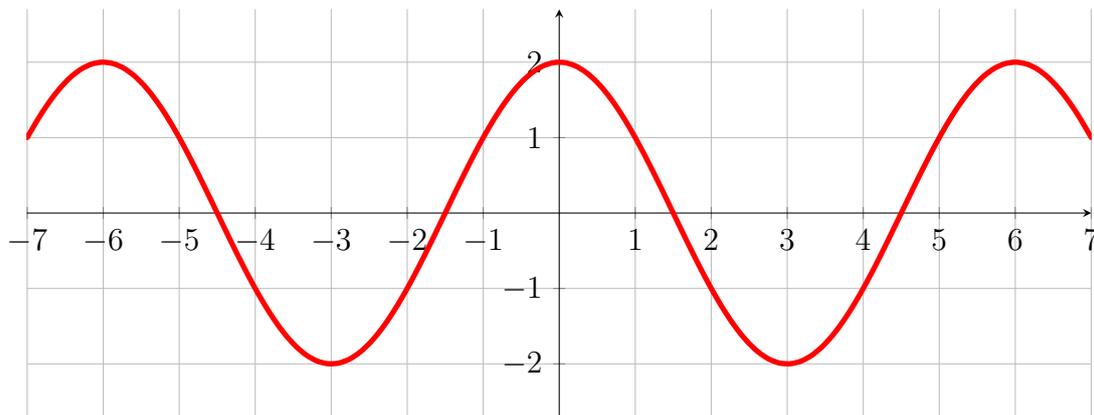
$$5. \begin{cases} \cos(x) = -\frac{1}{2} \\ \sin(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} \cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} \cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin(x) = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

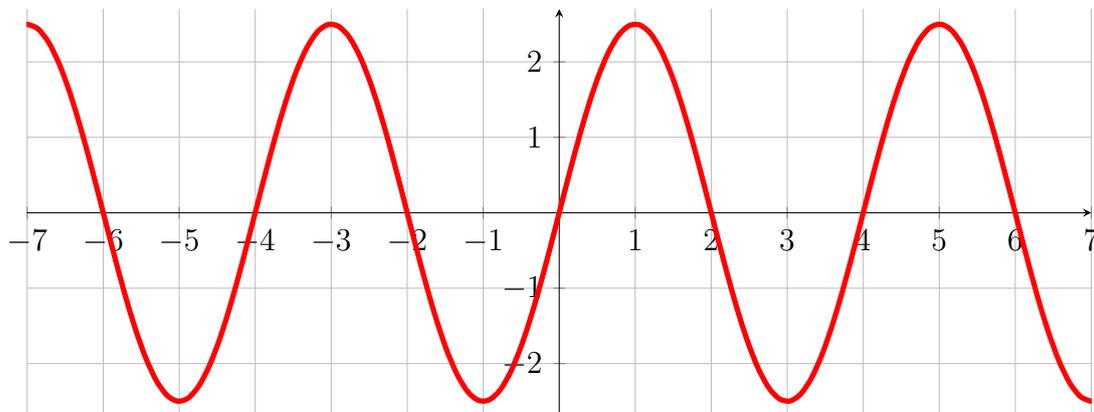
$$8. \begin{cases} \cos(x) = -1 \\ \sin(x) = 0 \end{cases}$$

Exercice 10 : On considère la fonction f dont on donne la courbe représentative :



1. Étudier la parité de la fonction f .
2. Étudier la périodicité de la fonction f .

Exercice 11 : On considère la fonction f dont on donne la courbe représentative :



1. Étudier la parité de la fonction f .
2. Étudier la périodicité de la fonction f .