

DS 9

## Devoir sur table

( 2 heures )

Nom : .....

Prénom : .....

Exercice 1 : ( 7 points )

Un restaurant propose trois types de formules :

- La formule  $A$ , pour 12 €, choisie par 50 % des clients ;
- La formule  $B$ , pour 15 €, choisie par 30 % des clients.
- La formule  $C$ , pour 20 €.

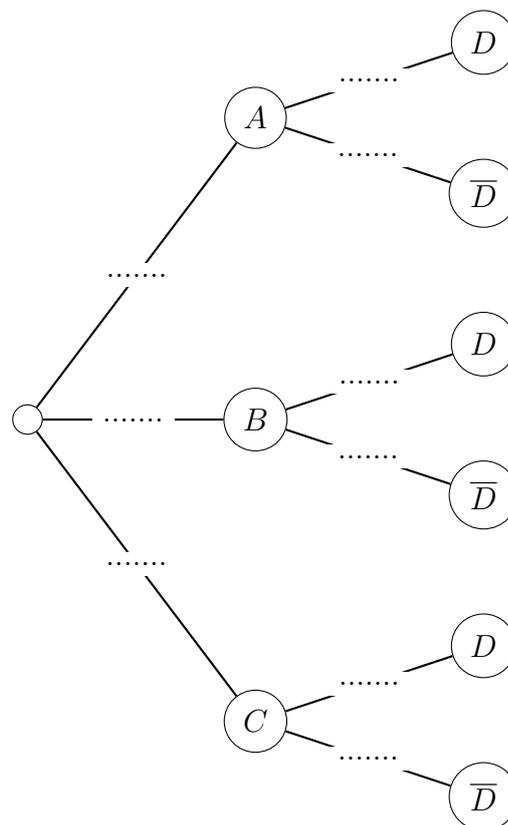
En supplément, le restaurateur propose des boissons pour 5 € :

- parmi les clients ayant pris la formule  $A$ , 80 % prennent les boissons ;
- parmi les clients ayant pris la formule  $B$ , 60 % prennent les boissons ;
- parmi les clients ayant pris la formule  $C$ , 90 % prennent les boissons.

On interroge au hasard un client de ce restaurant. On note :

- $A$  l'événement : « Le client prend la formule  $A$  » ;
- $B$  l'événement : « Le client prend la formule  $B$  » ;
- $C$  l'événement : « Le client prend la formule  $C$  » ;
- $D$  l'événement : « Le client prend les boissons ».

1. Compléter l'arbre de probabilité associé à la situation.



2. (a) Calculer la probabilité que le client prenne la formule  $A$  et les boissons.

.....  
 .....  
 .....  
 .....

- (b) Montrer que la probabilité que le client prenne les boissons est égale à 0,76.

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

3. Soit  $X$  la variable aléatoire égale à la somme totale dépensée par le client.

- (a) Montrer que l'on a :

$$P(X = 20) = 0,2$$

.....  
 .....  
 .....  
 .....

- (b) Déterminer, en justifiant, les différentes valeurs de la variable  $X$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

- (c) Compléter le tableau de la loi de probabilité de  $X$ .

|            |  |  |  |  |  |
|------------|--|--|--|--|--|
| $k$        |  |  |  |  |  |
| $P(X = k)$ |  |  |  |  |  |

- (d) Calculer l'espérance de  $X$  et interpréter le résultat.

.....  
 .....  
 .....  
 .....

Exercice 2: ( 6 points )

On considère un entier  $n$ .

Un jeu est proposé avec un dé à 6 face, une urne  $A$  dans laquelle il y a  $n$  boules noires et 5 boules rouges, une urne  $B$  dans laquelle il y a  $n$  boules blanches et 5 boules noires.

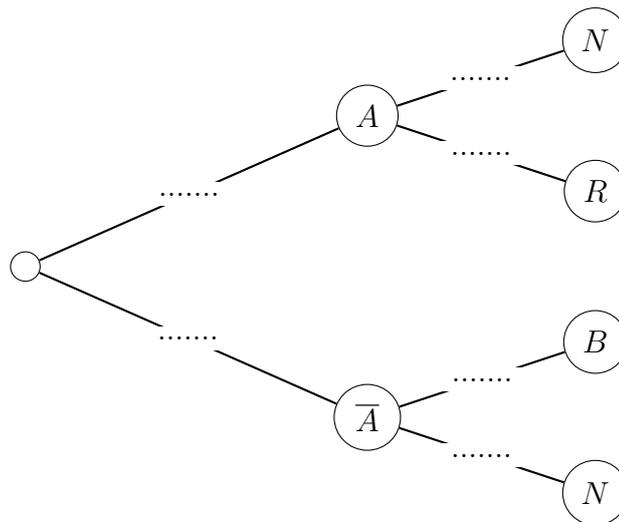
Le jeu se déroule ainsi :

- On lance le dé.
- Si le 6 apparaît, on tire une boule dans l'urne  $A$ .
- Sinon, on tire une boule dans l'urne  $B$ .

On note :

- $A$  l'évènement « Obtenir un six ».
- $N$  l'évènement « Obtenir une boule noire ».
- $R$  l'évènement « Obtenir une boule rouge ».
- $B$  l'évènement « Obtenir une boule blanche ».

1. Compléter l'arbre de probabilité associé à la situation.



2. Montrer que la probabilité d'obtenir une boule noire est  $P(N) = \frac{n + 25}{6n + 30}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Exercice 3: ( 7 points )

On considère la fonction  $f$  définie sur  $D = [-5, 5]$  par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 5}{x^2 + x + 5}$$

On note  $\mathcal{C}_f$  la courbe représentative de  $f$ .

1. Montrer que l'on a, pour tout  $x$  réel :

$$f'(x) = \frac{5x^2 - 25}{(x^2 + x + 5)^2}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Déterminer le tableau de variation de la fonction  $f$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

|                   |    |     |     |    |
|-------------------|----|-----|-----|----|
| $x$               | -5 | ... | ... | +5 |
| $5x^2 - 25$       |    |     |     |    |
| $(x^2 + x + 5)^2$ |    |     |     |    |
| $f'(x)$           |    |     |     |    |
| $f$               |    |     |     |    |

3. Déterminer la valeur du maximum et du minimum de la fonction sur  $D$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

4. Déterminer une équation de la tangente  $T_0$  à la courbe au point d'abscisse 0.

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

5. Compléter le tableau de valeurs de la fonction ( on donnera les valeurs à  $10^{-1}$  près.).

|        |    |    |    |             |    |    |   |   |   |            |   |   |   |
|--------|----|----|----|-------------|----|----|---|---|---|------------|---|---|---|
| $x$    | -5 | -4 | -3 | $-\sqrt{5}$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | $\sqrt{5}$ | 3 | 4 | 5 |
| $f(x)$ |    |    |    |             |    |    |   |   |   |            |   |   |   |

6. Tracer la courbe  $\mathcal{C}_f$ , la tangente  $T_0$  et les tangentes horizontales.

