DS 6

Devoir sur table

Exercice 1 : (3 points)

On considère la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $q = \dfrac{3}{2}$.

1. Déterminer la valeur exacte de u_4.
2. Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près du 20 ième terme de la suite.
3. Justifier que la suite (u_n) est croissante.

Exercice 2 : (5 points)

1. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n par $u_n = n(n+2)+3$.
   (a) Calculer les 3 premiers termes de la suite.
   (b) Justifier que la suite n'est ni une suite arithmétique, ni une suite géométrique.
2. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n par $u_n = \dfrac{3^{2n}}{2^{n+3}}$.
   (a) Calculer les 3 premiers termes de la suite.
   (b) Quelle semble être la nature de la suite ?
   (c) Montrer que la suite est une suite géométrique de raison $\dfrac{9}{2}$.

Exercice 3 : (5 points)

On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{2u_n}{3u_n+2} \end{cases}$.

1. Calculer les 5 premiers termes de la suite.
2. On suppose que la suite ne s'annule jamais. On pose (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

$$v_n = \frac{1}{u_n}.$$

   a Calculer les 5 premiers termes de la suite (v_n).
   b Montrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique de raison $R = \dfrac{3}{2}$.
3. En déduire l'expression de v_n, puis de u_n en fonction de n.

Exercice 4 : (7 points)

Maya possède 20 € dans sa tirelire au 1er juin 2024.

À partir de cette date, chaque mois elle dépense un quart du contenu de sa tirelire puis y place 20 € supplémentaires.

Pour tout entier naturel n, on note u_n la somme d'argent contenue dans la tirelire de Maya à la fin du n-ième mois. On a $u_0 = 20$.

1. Montrer que la somme d'argent contenue dans la tirelire de Maya à la fin du 1er mois est de 35 €.

2. Calculer u_2.

   On admet que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,75u_n + 20$.

3. Pour tout entier n, on pose $v_n = u_n - 80$.

   (a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $0,75$.

   (b) Préciser son premier terme v_0.

   (c) Déterminer l'expression de v_n en fonction de n.

   (d) En déduire que, pour tout entier n :

   $$u_n = 80 - 60 \times 0,75^n$$

   (e) Déterminer, au centime près, le montant que Maya possèdera dans sa tirelire au 1er juin 2025.