DS 4

Devoir sur table

(1 heure)

Exercice 1 : (6 points)
Un établissement scolaire admet 600 élèves.
On donne le tableau suivant :

	Filles	Garçon	Total
Demi-pensionnaires	300		480
Externes		40	
Total			600

On sélectionne un élève au hasard dans l'établissement.
On nomme les évènements suivants :

- F : « L'élève est une fille. »
- E : « L'élève est un externe. »

1. **Recopier** et compléter le tableau des effectifs.

Solution :
(1 point)

	Filles	Garçon	Total
Demi-pensionnaires	300	180	480
Externes	80	40	120
Total	380	220	600

2. Déterminer les probabilités des évènements F et E.

Solution :
(1,5 points)
L'expérience est équiprobable. On a donc :

- $P(F) = \dfrac{|F|}{|\Omega|} = \dfrac{380}{600} = \dfrac{19}{30}$.

- $P(E) = \dfrac{|E|}{|\Omega|} = \dfrac{120}{600} = \dfrac{1}{5}$.

3. Déterminer la probabilité que l'élève soit une fille externe.

Solution :
(1 point)
On cherche $P(F \cap E)$:
$P(F \cap E) = \dfrac{|F \cap E|}{|\Omega|} = \dfrac{80}{600} = \dfrac{2}{15}$.

4. On sait que l'élève est une fille. Déterminer la probabilité qu'elle soit externe.

Solution :
(1,5 points)
On chercher $P_F(E)$:
$$P_F(E) = \frac{P(F \cap E)}{P(F)} = \frac{\frac{2}{15}}{\frac{19}{30}} = \frac{2}{15} \times \frac{30}{19} = \frac{4}{19}$$

5. Les évènements E et F sont-ils indépendants ?

Solution :
(1 point)
Deux justifications possibles :

- On a $P(F \cap E) = \dfrac{2}{15}$, alors que $P(E) \times P(F) = \dfrac{19}{30} \times \dfrac{1}{5} = \dfrac{19}{150}$. Donc $P(F \cap E) \neq P(E) \times P(F)$, donc les évènements E et F ne sont pas indépendants.
- On constate que $P_F(E) = \dfrac{4}{19}$, alors que $P(E) = \dfrac{1}{5}$. Donc $P_F(E) \neq P(E)$. Donc les évènements E et F ne sont pas indépendants.

Exercice 2 : (6 points)
Avant la séance pour le troisième volet d'une trilogie, un sondage est fait sur les clients d'un cinéma.

- 450 clients ont vu les deux premiers volets.
- 100 n'ont vu aucun des deux.
- 150 clients ont vu juste le premier volet.
- 300 clients ont vu juste le deuxième volet.

On interroge un client au hasard.
On nomme les évènements suivants :

- V_1 : « Le client a vu le premier volet. »
- V_2 : « Le client a vu le second volet. »

1. Construire un tableau croisé pour représenter la situation.

Solution :

(1,5 point)
On obtient le tableau suivant :

	V_1	$\overline{V_1}$	Total
V_2	450	300	750
$\overline{V_2}$	150	100	250
Total	600	400	1000

2. Déterminer les probabilités des évènements V_1 et V_2.

Solution :

(1,5 points)
L'expérience est équiprobable. On a donc :

- $P(V_1) = \dfrac{|V_1|}{|\Omega|} = \dfrac{600}{1000} = \dfrac{3}{5}$.
- $P(V_2) = \dfrac{|V_2|}{|\Omega|} = \dfrac{750}{1000} = \dfrac{3}{4}$.

3. Déterminer la probabilité que le client ait vu les deux volets. Les événements V_1 et V_2 sont-ils indépendants ?

Solution :

(2 points)
On veut $P(V_1 \cap V_2)$:
$P(V_1 \cap V_2) = \dfrac{|V_1 \cap V_2|}{|\Omega|} = \dfrac{450}{1000} = \dfrac{9}{20}$.
On constate que $P(V_1) \times P(V_2) = \dfrac{3}{5} \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{9}{20} = P(V_1 \cap V_2)$. Donc les évènements V_1 et V_2 sont indépendants.

4. Déterminer la probabilité que le client ait vu le volet 2 sachant qu'il a vu le volet 1.

Solution :

(1 point)
On cherche $P_{V_1}(V_2)$. Or, sachant que V_1 et V_2 sont indépendants, on a donc :
$P_{V_1}(V_2) = P(V_2) = \dfrac{3}{4}$...

Exercice 3 : (8 points)
Le parc informatique d'un lycée est composé de 200 ordinateurs dont 30 sont considérés comme neufs, 90 sont considérés comme récents et les autres sont considérés comme anciens.
Une étude statistique indique que 5% des ordinateurs neufs sont défaillants, ainsi que 10% des ordinateurs récents et 20% des ordinateurs anciens.
On choisit au hasard un ordinateur de ce parc. On note les évènements suivants :
N : « l'ordinateur est neuf »
R : « l'ordinateur est récent »
A : « l'ordinateur est ancien »
D : « l'ordinateur est défaillant » et $\overline{D}$ l'évènement contraire de D.

1. Déterminer $P(R)$, $P(N)$, $P_A(D)$ et $P_N(D)$.

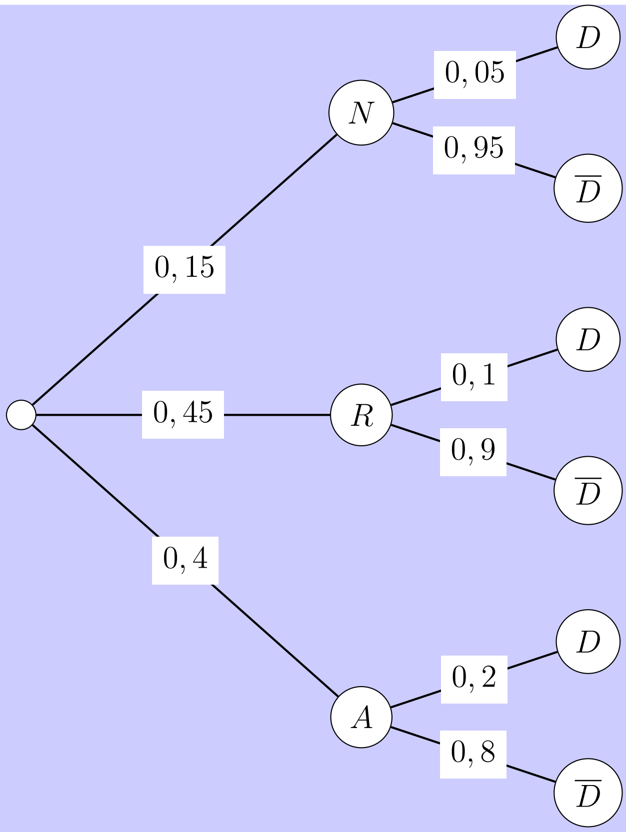
Solution :

(2 points)
D'après le texte, l'expérience étant équiprobable :
$P(N) = \dfrac{|N|}{|\Omega|} = \dfrac{30}{200} = 0,15$ $P(R) = \dfrac{|R|}{|\Omega|} = \dfrac{90}{200} = 0,45$ $P_N(D) = 0,05$ $P_R(D) = 0,10$ $P_A(D) = 0,20$.

2. Construire une arbre pondéré décrivant cette situation.

Solution :

(1.5 points)



On complète l'arbre grâce à la règle des nœuds : la somme des probabilités des branches partant d'un même nœud doit être égale à 1.

3. Calculer la probabilité que l'ordinateur choisi soit ancien et défaillant. Donner la valeur exacte.

Solution :

(1 points)

La probabilité que l'ordinateur choisi soit ancien et défaillant est :

$P(A \cap D) = P(A) \times P_A(D) = 0,4 \times 0,2 = 0,08.$

4. Démontrer que la probabilité que l'ordinateur choisi soit défaillant est égale à $0,1325$.

Solution :

(1.5 points)

On dispose d'une partition de l'univers : N , R et A. Donc on peut utiliser la formule des probabilités totales. La probabilité que l'ordinateur choisi soit défaillant est :

$P(D) = P(N \cap D) + P(R \cap D) + P(A \cap D)$

$P(D) = P(N) \times P_N(D) + P(R) \times P_R(D) + P(A) \times P_A(D)$

$P(D) = 0,15 \times 0,05 + 0,45 \times 0,1 + 0,4 \times 0,2 = 0,1325.$

5. Déterminer $P_D(A)$. Arrondir au centième. À quel évènement correspond cette probabilité ?

Solution :

(1 point)

$P_D(A) = \dfrac{P(A \cap D)}{P(D)} = \dfrac{0,08}{0,1325} \approx 0,60$ au centième.

Cette probabilité correspond à l'évènement : « L'ordinateur est ancien *sachant* qu'il est défaillant ».

6. Les évènements A et D sont-ils indépendants ?

Solution :

(1 point)

Les évènements A et D sont-ils indépendants si $P(A) \times P(D) = P(A \cap D)$

Or d'après ce qui précède $P(A) = 0,4$, $P(D) = 0,1325$ et $P(A \cap D) = 0,08$

Comme $0,4 \times 0,1325 \neq 0,08$ alors les évènements A et D ne sont pas indépendants.