

Chapitre 5

Logique

Table des matières

1	Définition	2
2	Expression booléenne	2
2.1	La négation	2
2.2	La conjonction	2
2.3	La disjonction	2
3	Circuit logique	3
4	Additionneur	4
4.1	Le demi-additionneur (half adder)	4
4.2	L'additionneur complet (full adder)	4

1 Définition

Définition 1 :

Une proposition est un énoncé de quelque nature que ce soit et qui peut être qualifié de **vrai** ou de **faux**.

2 Expression booléenne

2.1 La négation

Définition 2 :

$\neg a$, à lire "non a " est une proposition qui est vraie si et seulement si la proposition a est fausse.

Table de vérité

a	$\neg a$
<i>Vrai</i>	<i>Faux</i>
<i>Faux</i>	<i>Vrai</i>

2.2 La conjonction

Définition 3 :

$a \wedge b$, à lire " a et b " est une proposition qui est vraie si et seulement si les deux propositions a et b sont vraies, sinon elle est fausse.

Table de vérité

a	b	$a \wedge b$
<i>Vrai</i>	<i>Vrai</i>	<i>Vrai</i>
<i>Vrai</i>	<i>Faux</i>	<i>Faux</i>
<i>Faux</i>	<i>Vrai</i>	<i>Faux</i>
<i>Faux</i>	<i>Faux</i>	<i>Faux</i>

2.3 La disjonction

Définition 4 :

$a \vee b$, à lire " a ou b " est une proposition qui est fausse si et seulement si les deux propositions a et b sont fausses, sinon elle est vraie. (c'est le ou inclusif)

Table de vérité

a	b	$a \vee b$
<i>Vrai</i>	<i>Vrai</i>	<i>Vrai</i>
<i>Vrai</i>	<i>Faux</i>	<i>Vrai</i>
<i>Faux</i>	<i>Vrai</i>	<i>Vrai</i>
<i>Faux</i>	<i>Faux</i>	<i>Faux</i>

Exercice 1 : Établir la table de vérité de la disjonction exclusive : $a \oplus b$, à lire " a ou exclusif b " est une proposition vraie si a est vraie et b est fausse ou bien si a est fausse et b est vraie. Sinon elle est fausse.

Exercice 2 :

- Établir la table de vérité de l'expression suivante :

$$\neg a \vee b$$

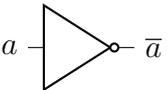
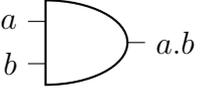
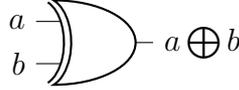
- Établir la table de vérité de l'expression suivante :

$$(a \wedge \neg(\neg a \wedge b))$$

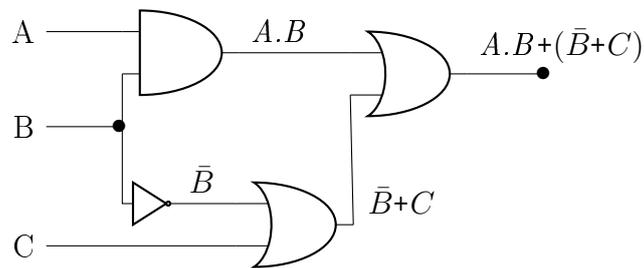
- Établir la table de vérité de l'expression suivante :

$$(a \wedge b) \vee (\neg a \wedge b)$$

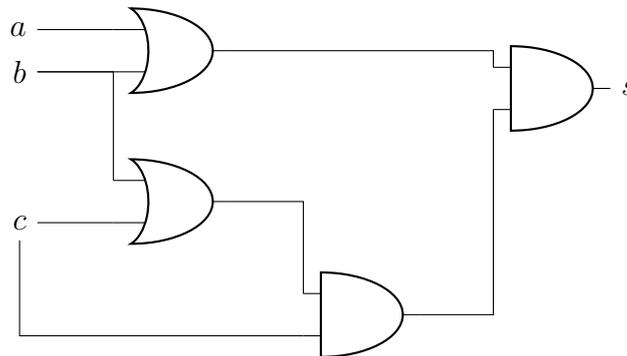
3 Circuit logique

NON (not) :		OU (or) :	
Et (and) :		OU exclusif (xor)	

Exemple :



Exercice 3 : Déterminer l'expression booléenne associée au circuit suivant :

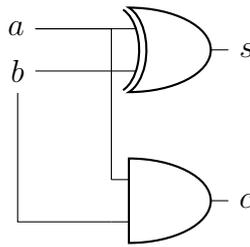


Exercice 4 : Représenter le circuit logique associé à l'expression suivante :

- (a) $s = (a \vee b) \wedge (\neg a \vee \neg b)$
 (b) $s = (a \wedge \neg b) \vee (\neg a \wedge b)$

4 Additionneur

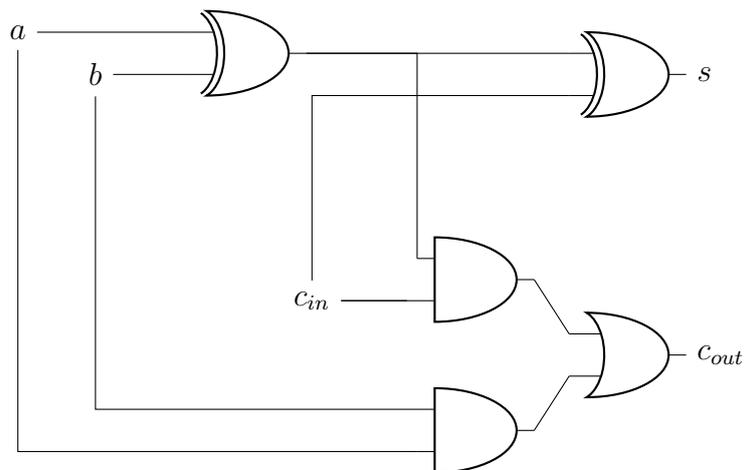
4.1 Le demi-additionneur (half adder)



Compléter la table de vérité :

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>s</i>

4.2 L'additionneur complet (full adder)



Compléter la table de vérité :

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c_{in}</i>	<i>c_{out}</i>	<i>s</i>