DS 2

Devoir sur table

Exercice 1 :

On considère la règle de déduction par l'absurde suivante

$$\frac{\Gamma, \neg A \vdash \bot}{\Gamma \vdash A}(raa)$$

Où Γ est un ensemble de formules.
(En latin, le raisonnement se dit reduction ad absurdum, d'où l'acronyme raa)

Montrer la correction de la règle.
(On rappelle que, pour montrer la correction d'une règle, il faut montrer que le séquent obtenu par déduction de la règle est valide dès que les séquents en hypothèses le sont.)

Exercice 2 :

Déterminer la dérivation de :

$$A \Rightarrow B \vdash \neg B \Rightarrow \neg A$$

Exercice 3 :

En utilisant les règles de déduction naturelle, montrer la formule de transitivité :

$$((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$$

Exercice 4 :

Montrer, en utilisant les règles de déduction naturelle, que le séquent suivant n'est pas valide :

$$p \wedge q, r \Rightarrow s \vdash (p \vee r) \Rightarrow (q \wedge s)$$

Exercice 5 :

Un étudiant fait le raisonnement suivant :

Hypothèses :

- Si une fonction est continue , alors si sa dérivée existe , la fonction est dérivable.
- On sait que la fonction est effectivement continue.
- Cependant, on constate que la fonction n'est pas dérivable.

Conclusion :
On affirmer que la dérivée n'existe pas.

1. Formaliser ce raisonnement par un séquent en utilisant les variables suivantes :
   p : "la fonction est continue", q : "la dérivée existe" et r : "la fonction est dérivable" .
2. Montrer que le raisonnement ci-dessus est correct :
   - en utilisant la table de vérité ;
   - en utilisant la dérivation du séquent.