Combinatoire et dénombrement

Avec répétition

Principe additif :
$\text{Card}(E_1 \cup E_2 \cup \cdots \cup E_p) = \text{Card}(E_1) + \text{Card}(E_2) + \cdots + \text{Card}(E_p)$

Principe multiplicatif :
$\text{Card}(E_1 \times E_2 \times \cdots \times E_k) = \text{Card}(E_1) \times \text{Card}(E_2) \times \cdots \times \text{Card}(E_k)$

Si $\text{Card}(E) = n$,
$\text{Card}(E^p) = n^p$
Il y a répétition.

Le nombre de parties d'un ensemble à n éléments est :
$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$

Pas de répétition, de l'ordre, tirage successif

Une permutation d'un ensemble à n éléments
Tous les ordres possibles dans les n-uplets constitués des éléments de l'ensemble.

Nombre de k-uplets d'éléments deux à deux distincts de E :
$n \times (n-1) \times \cdots \times (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$

Nombre de permutations :
$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1$

Pas de répétition, ni d'ordre, tirage simultané

Une combinaison de p éléments de E
Tout sous-ensemble de E ayant p éléments.

$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$,
$\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$,
Symétrie : $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$

Le nombre de combinaisons de k éléments d'un ensemble à n éléments est :
$\binom{n}{k} = \frac{n \times (n-1) \times \cdots \times (n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$

Triangle de Pascal :
Pour tout entier naturel p tel que $0 \leq k \leq n$:
$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$