Fonctions et dérivées

On note, pour une fonction définie sur un intervalle I, f' sa dérivée première, et f'' sa dérivée seconde.

Exercice 1 : On considère la fonction f de la variable t définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(t) = 5e^{-3t}$$

1. A l'aide d'un logiciel de calcul formel, déterminer la dérivée de f

2. Retrouver cette dérivée par le calcul.

3. Déterminer la valeur de l'expression suivante, pour tout t réel :

$$g(t) = f'(t) + 3f(t)$$

Exercice 2 : On considère la fonction f de la variable t définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(t) = 3e^{2t} + 2t$$

1. A l'aide d'un logiciel de calcul formel, déterminer la dérivée de f

2. Retrouver cette dérivée par le calcul.

3. Montrer que la fonction f est solution de l'équation différentielle :

$$y' - 2y = -4t + 2$$

Exercice 3 : On considère l'équation différentielle (E) suivante :

$$(E) \quad y' - y = 3$$

1. En utilisant le logiciel Xcas, trouver la commande de résolution des équations différentielles, et résoudre l'équation (E)

2. Justifier par le calcul, que la fonction définie par $f(t) = 8e^t - 3$ est solution de (E).

Exercice 4 : On considère l'équation différentielle (E) suivante :

$$(E) \quad 3y' - 2y = 2e^{2t}$$

1. En utilisant le logiciel Xcas, résoudre l'équation (E)

2. Justifier par le calcul, que la fonction définie par $f(t) = \dfrac{e^{2t} - e^{\frac{3}{2}t}}{2}$ est une solution de (E).

3. Déterminer l'image par f de 0.

Exercice 5 : On considère l'équation différentielle (E) suivante :

$$(E) \quad y' + 2y = 3e^t$$

On souhaite déterminer la solution g de l'équation (E) vérifiant la condition initiale $g(0) = 3$.

1. En utilisant le logiciel Xcas, résoudre l'équation (E)

2. Justifier par le calcul, que la fonction définie par $f(t) = Ae^{-2t} + e^t$ est une solution de (E), quelque soit la valeur du réel A.

3. Déterminer la valeur de A pour répondre à la question initiale.

4. Trouver, sur Xcas, la commande permettant de répondre directement à la question initiale.