Équations différentielles du premier ordre

Exercice 1: Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{array}{l|l} \text{(a)} \quad 3y' - 5y = 0 & \text{(c)} \quad 3y' = 4y \\ \text{(b)} \quad y' - \frac{1}{2}y = 0 & \text{(d)} \quad 2y' = -6y \end{array}$$

Exercice 2: On considère l'équation (E) suivante :

$$(E) \quad y' - 2y = -2x^2 + 1$$

1. Résoudre l'équation homogène :

$$(E_H) \quad y' - 2y = 0$$

2. Montrer que la fonction f_0 définie sur $\mathbb{R}$ par $f_0(x) = x^2 + x$ est une solution particulière de (E) .

3. En déduire l'ensemble solution de (E) .

Exercice 3: On considère l'équation (E) suivante :

$$(E) \quad y' + 3y = 5e^{2x}$$

1. Résoudre l'équation homogène :

$$(E_H) \quad y' + 3y = 0$$

2. Montrer que la fonction f_0 définie sur $\mathbb{R}$ par $f_0(x) = e^{2x}$ est une solution particulière de (E) .

3. En déduire l'ensemble solution de (E) .

4. Déterminer la solution g de E vérifiant la condition initiale $g(0) = 7$.

Exercice 4: On considère l'équation (E) suivante :

$$(E) \quad 2y' - y = x + e^x$$

1. Résoudre l'équation homogène : $(E_H) \quad 2y' - y = 0$

2. Montrer que la fonction f_0 définie sur $\mathbb{R}$ par $f_0(t) = e^x - x - 2$ est une solution particulière de (E) .

3. En déduire l'ensemble solution de (E) .

4. Déterminer la solution g de E vérifiant la condition initiale $g(0) = 1$.

Exercice 5: On considère l'équation (E) suivante :

$$(E) \quad y' + y = 3x + 1$$

1. Déterminer les coefficients a et b pour que la fonction définie par $f(x) = ax + b$ soit une solution de (E) .
2. Résoudre l'équation homogène $:(E_H) \quad y' + y = 0$
3. En déduire l'ensemble solution de (E) .
4. Déterminer la solution g de E vérifiant la condition initiale $g(0) = 5$.

Exercice 6: On considère l'équation (E) suivante :

$$(E) \quad y' + 2y = 3te^t$$

1. En utilisant le logiciel Xcas, on obtient la capture d'écran suivante :

```
2 f(x) := (x-1/3)*exp(x)
// Interprète f
// Succès
// lors de la compilation f
x -> (x-1/3)*exp(x)
3 factoriser (f' (x))
(3*x+2)*exp(x)
3
4 simplifier (f' (x) +2*f(x))
3*x*exp(x)
```

Justifier les lignes 3 et 4.

2. Résoudre l'équation homogène $:(E_H) \quad y' + 2y = 0$
3. En déduire l'ensemble solution de (E) .
4. Déterminer la solution g de E pour que la courbe de la fonction passe par le point de coordonnées $(0, 2)$.