Équations différentielles du second ordre

Exercice 1 : Résoudre les équations suivantes :

(a) $y'' + y' - 12y = 0$

(b) $2y'' + 7y' + 3y = 0$

(c) $y'' = 9y$

(d) $y'' + 4y' + 13y = 0$

(e) $4y'' + 12y' + 9y = 0$

(f) $y'' + 16y = 0$

Exercice 2 : On considère l'équation (E) suivante :

$$(E) \quad 3y'' - 10y' - 8y = -8x - 2$$

1. Résoudre l'équation homogène :

$$(E_H) \quad 3y'' - 10y' - 8y = 0$$

2. Montrer que la fonction f_0 définie sur $\mathbb{R}$ par $f_0(x) = x - 1$ est une solution particulière de (E).
3. En déduire l'ensemble solution de (E).

Exercice 3 : On considère l'équation (E) suivante :

$$(E) \quad y'' + 9y = 9x^2 + 9x + 11$$

1. Résoudre l'équation homogène :

$$(E_H) \quad y'' + 9y = 0$$

2. Montrer que la fonction f_0 définie sur $\mathbb{R}$ par $f_0(x) = x^2 + x + 1$ est une solution particulière de (E).
3. En déduire l'ensemble solution de (E).

Exercice 4 : On considère l'équation (E) suivante :

$$(E) \quad y'' + 5y' + 6y = 4e^{-2t}$$

1. Résoudre l'équation homogène :$(E_H) \quad y'' + 5y' + 6y = 0$
2. Montrer que la fonction $h(t) = 4te^{-2t}$ est une solution particulière de (E).
3. En déduire l'ensemble solution de (E).
4. Déterminer la solution g de E vérifiant la condition initiale $g(0) = 3$ et $g'(0) = -2$.

Exercice 5 : On considère l'équation (E) suivante :

$$(E) \quad y'' - 3y' + 2y = -e^x + 4$$

1. Résoudre l'équation homogène :

$$(E_H) \quad y'' - 3y' + 2y = 0$$

2. Montrer que la fonction f_0 définie sur $\mathbb{R}$ par $f_0(x) = xe^x + 2$ est une solution particulière de (E).
3. En déduire l'ensemble solution de (E).
4. Déterminer la solution g de E vérifiant la condition initiale $g(0) = 0$ et $g'(0) = -2$.

Exercice 6 : On considère l'équation (E) suivante :

$$(E) \quad y'' + 4y' + 4y = xe^{-3x}$$

1. Résoudre l'équation homogène :

$$(E_H) \quad y'' + 4y' + 4y = 0$$

2. Montrer que la fonction f_0 définie sur $\mathbb{R}$ par $f_0(x) = (x+2)e^{-3x}$ est une solution particulière de (E).
3. En déduire l'ensemble solution de (E).
4. Montrer que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+2)\left(e^{-2x} + e^{-3x}\right)$ est la solution de (E) qui vérifie $f(0) = 4$ et $f'(0) = -8$.