

DS 1

Devoir sur table

(1 heure)

Nom :

Prénom :

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes (on donnera les solutions sous leur forme algébrique en cas de solutions complexes, en précisant la valeur de α et β .) :

(-E 1 -) : $x^2 - 4x + 5 = 0$

 Solution :

On a $\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 5 = -4$.

Il y a donc deux solutions complexes conjuguées :

$$\begin{cases} z_1 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a} = \frac{4 + 2i}{2} = 2 + i \\ z_2 = \bar{z}_1 = 2 - i \end{cases}$$

On trouve donc $S = \{2 + i; 2 - i\}$.

On a donc $\alpha = 2$ et $\beta = 1$.

(-E 2 -) : $2x^2 - 5x - 3 = 0$

 Solution :

On a $\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 2 \times (-3) = 49$.

$\Delta > 0$, il y a donc deux solutions réelles :

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 + 7}{4} = 3 \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 - 7}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

On trouve donc $S = \left\{ -\frac{1}{2}; 3 \right\}$.

(-E 3 -) : $4x^2 + 9 = 0$

 Solution :

On a $\Delta = b^2 - 4ac = 0^2 - 4 \times 4 \times 9 = -144$.

Il y a donc deux solutions complexes conjuguées :

$$\begin{cases} z_1 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a} = \frac{0 + 12i}{8} = \frac{3}{2}i \\ z_2 = \bar{z}_1 = -\frac{3}{2}i \end{cases}$$

On trouve donc $S = \left\{ \frac{3}{2}i; -\frac{3}{2}i \right\}$

| On a donc $\alpha = 0$ et $\beta = \frac{3}{2}$.

(-E 4 -) : $2x^2 + 8x + 8 = 0$

 Solution :

On a $\Delta = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \times 2 \times 8 = 0$.

$\Delta = 0$, il y a donc une solution réelle :

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{4} = -2.$$

On trouve donc $S = \{-2\}$

(-E 5 -) : $4x^2 - 4x + 5 = 0$

 Solution :

On a $\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 4 \times 5 = -64$.

$\Delta < 0$, il y a donc deux solutions complexes conjuguées :

$$\begin{cases} z_1 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a} = \frac{4 + 8i}{8} = \frac{1}{2} + i \\ z_2 = \bar{z}_1 = \frac{1}{2} - i \end{cases}$$

On trouve donc $S = \left\{ \frac{1}{2} + i; \frac{1}{2} - i \right\}$

On a donc $\alpha = \frac{1}{2}$ et $\beta = 1$.