SUITES

I- SUITES ARITHMETIQUES :

1. Définition :

La suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r si pour tout entier n strictement positif, $u_n = u_{n-1} + r$

2. Expression du terme général en fonction de n et de u_0 :

Théorème :

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0 , alors pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_n = u_0 + nr$.

Réciproquement toute suite vérifiant pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_n = u_0 + nr$ est une suite arithmétique de raison r .

$$\text{Cas général : } u_n = u_p + (n - p)r$$

3. Somme des premiers termes :

Proposition :

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n = \frac{n+1}{2}(u_0 + u_n) = \text{nombre.de.termes} \left(\frac{\text{1er.term} + \text{dernier.term}}{2} \right)$$

$$\text{Cas général : } \sum_{k=p}^n u_k = (n - p + 1) \frac{u_p + u_n}{2}$$

$$\text{Cas particulier : } 1 + 2 + \dots + n = \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

II- SUITES GEOMETRIQUES :

1. Définition :

La suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q si pour tout entier n strictement positif, $u_n = qu_{n-1}$

2. Expression du terme général en fonction de n et de u_0 :

Théorème :

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0 , alors pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_n = q^n u_0$.

Réciproquement toute suite vérifiant pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_n = q^n u_0$ est une suite géométrique de raison q .

$$\text{Cas général : } u_n = u_p q^{(n-p)}$$

3. Somme des premiers termes :

Proposition :

$$\text{Si } q \neq 1, S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n = u_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = \text{premier.term} \left(\frac{1 - \text{raison}^{\text{nombre.de.termes}}}{1 - \text{raison}} \right)$$

$$\text{Si } q = 1, S_n = (n+1)u_0$$

$$\text{Cas général : } \sum_{k=p}^n u_k = u_p \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q}$$

$$\text{Cas particulier : } 1 + q + q^2 + \dots + q^n = \sum_{k=0}^n q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}, \forall q \in \mathbb{R} - \{1\}$$