Intégrales

Exercice 1 : Déterminer la valeur des intégrales suivantes :

1. $I_1 = \int_1^2 (x^2+3)\,\mathrm{d}x$
2. $I_2 = \int_{-1}^1 (x^3-2x)\,\mathrm{d}x$
3. $I_3 = \int_1^3 \frac{2}{x^2}\,\mathrm{d}x$
4. $I_4 = \int_1^e \left(1+x+\frac{1}{x}\right)\,\mathrm{d}x$

Exercice 2 : Déterminer la valeur des intégrales suivantes :

1. $I_1 = \int_{-2}^0 \frac{5}{x+3}\,\mathrm{d}x$
2. $I_2 = \int_{-1}^1 5e^{x+1}\,\mathrm{d}x$
3. $I_3 = \int_0^2 \frac{5}{(2x+1)^2}\,\mathrm{d}x$
4. $I_4 = \int_0^1 4xe^{x^2}\,\mathrm{d}x$

Exercice 3 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (1-x^2)e^{-x}$$

1. Montrer que la fonction $F(x) = (x^2+2x+1)e^{-x}$ est une primitive de f.
2. En déduire la valeur de :

$$\int_{-1}^1 (1-x^2)e^{-x}\,\mathrm{d}x$$

Exercice 4 : On considère la fonction f définie sur $I = [0;+\infty[$ par :

$$f(x) = x\ln(x) - x + 2 \text{ si } x \neq 0 \text{ et } f(0) = 2$$

1. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur I.
2. Tracer la courbe représentative de f. (unité : 1 cm pour les abscisses, 2 cm pour les ordonnées.)
3. On considère la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par :

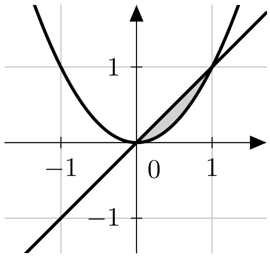
$$g(x) = x^2\,(2\ln(x)-1)$$

   (a) Déterminer la fonction dérivée de g.
   (b) En déduire une primitive de la fonction f.
4. En déduire la valeur de :

$$\int_1^2 (x\ln(x) - x + 2)\,\mathrm{d}x$$

5. En déduire la valeur en cm^2 de l'aire sous la courbe entre $x=1$ et $x=2$.

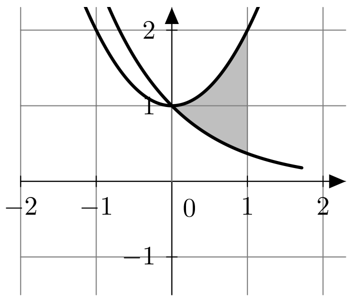
Exercice 5 : On considère le domaine $\mathcal{D}$ ci-dessous, délimité par la parabole et la droite $y = x$ entre 0 et 1 :



1. On suppose que la parabole est la courbe représentative de la fonction $x \mapsto x^2$. Déterminer la valeur en unité d'aire du domaine $\mathcal{D}$.
2. On suppose que l'unité est de 1 cm pour les abscisses et pour les ordonnées. Déterminer la valeur de l'aire en cm^2.

Exercice 6 : On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

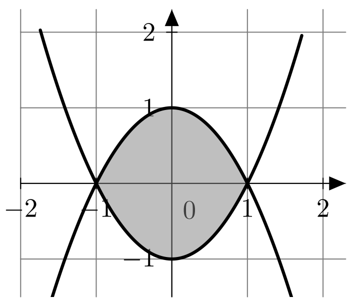
$$f(x) = e^{-x} \text{ et } g(x) = x^2 + 1$$



Déterminer l'aire en unité d'aire du domaine grisé.

Exercice 7 : On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -x^2 + 1 \text{ et } g(x) = x^2 - 1$$



Déterminer l'aire en unité d'aire du domaine grisé.